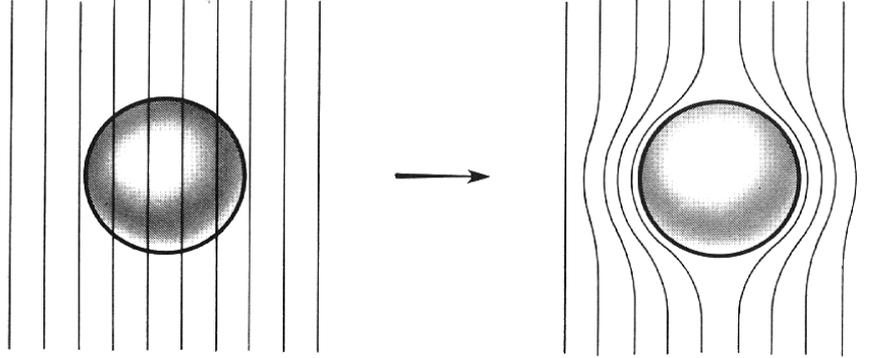


Florin Ciuprina



Science des matériaux de l'électrotechnique

– Notes de cours –

Printech
București, 2001

Florin Ciuprina
Université “Politehnica” Bucarest

Science des matériaux de l'électrotechnique

– Notes de cours –

Printech
Bucureşti, 2001

Florin Ciuprina

Science des matériaux de l'électrotechnique – Notes de cours –.

Referenți științifici: Prof.dr.ing. P.Noțingher
Prof.dr.ing. C.Flurașu

Printech, București, 2001

Spl. Independenței 313, 77206 București

Table des matières

Introduction	1
I Propriétés générales des cristaux	3
1 Corps cristallins	5
1.1 Etats des corps	5
1.2 Réseaux cristallins	8
1.3 Défauts des réseaux cristallins	9
1.3.1 Défauts ponctuels	9
2 Électrons dans les cristaux	13
2.1 Modèle classique de l'électron	13
2.1.1 Électron lié	13
2.1.2 Électron de conduction. Déplacement des électrons dans le cristal	14
2.2 Modèles quantiques. Ondes associées aux électrons	16
2.3 Systèmes de particules. Nombres quantiques	18
2.3.1 Etats des électrons dans les cristaux	19
2.3.2 Approximation des électrons libres	20
2.3.3 Approximation des électrons quasilibres	21
2.3.4 Approximation des électrons fortement liés	25
2.4 Répartition des électrons sur les niveaux des bandes permises	27

2.4.1	Statistique Fermi-Dirac	27
2.4.2	Conducteurs, semiconducteurs et isolants	29
2.4.3	Concentration des électrons dans une bande permise	31
II	Conduction électrique des matériaux	33
3	Conduction électrique des métaux	35
3.1	Conductivité électrique des métaux dans l'approximation des électrons quasilibres	36
3.2	Relation entre le chemin libre moyen et la constante du réseau	40
3.3	Dépendance de la conductivité des métaux de la température	43
3.4	Variation de la conductivité des métaux en fonction du contenu d'impu- rités, de l'état d'agregation et des traitements thermiques et mécaniques .	46
3.4.1	Variation de la conductivité en fonction du contenu d'impuretés .	46
3.4.2	Dépendance de la conductivité de l'état d'agregation	49
3.4.3	Dépendance de la conductivité des traitements thermiques et mécaniques	50
3.5	Supraconductivité électrique	51
3.5.1	Effets associés à la supraconductivité	52
3.5.2	Théorie classique de la supraconductivité. Les équations de London	54
3.5.3	Théorie BCS	57
4	Conduction électrique des semiconducteurs	59
4.1	Conduction intrinsèque des semiconducteurs	59
4.2	Conduction extrinsèque des semiconducteurs	62
4.2.1	Semiconducteurs de type n	62
4.2.2	Semiconducteurs de type p	64
4.3	Dépendance de la conductivité des semiconducteurs de la température . .	66

5	Conduction électrique des isolants solides	69
5.1	Notions générales	69
5.1.1	Courant d'absorption	69
5.1.2	Mécanismes de conduction	70
5.2	Conduction ionique	72
5.3	Conduction électronique	76
5.3.1	Conduction électronique en champs usuels	76
5.3.2	Conduction électrique en champs électriques intenses. Claquage des isolants solides	77
III	Propriétés diélectriques des matériaux	83
6	Polarisation électrique	85
6.1	Notions générales	85
6.2	Polarisation de déformation	86
6.2.1	Polarisation électronique	86
6.2.2	Polarisation ionique	89
6.3	Polarisation par orientation (de relaxation)	90
6.4	Polarisation interfaciale	92
6.5	Equation Clausius-Mosotti	94
6.6	Permittivité des diélectriques en champs électriques harmoniques	95
7	Pertes diélectriques	97
7.1	Pertes par hystérésis diélectrique	97
7.2	Pertes par conduction électrique	100
7.3	Pertes totales	100

IV Propriétés magnétiques des matériaux	105
8 Types de magnétisme	107
8.1 Notions générales	107
8.2 Diamagnétisme	108
8.3 Paramagnétisme	110
8.4 Ferromagnétisme	112
8.4.1 Mécanisme de l'aimantation	113
8.4.2 Energie d'anisotropie	114
8.4.3 Température de Curie. Relation Curie-Weiss	115
8.4.4 Déplacement des parois Bloch. Explication de la forme de la courbe d'aimantation	116
8.5 Ferrimagnétisme et antiferromagnétisme	119
8.5.1 Corps ferrimagnétiques	120
8.5.2 Corps antiferromagnétiques	121
Liste des figures	123
Liste des tableaux	127
Bibliographie	129

Introduction

L'ouvrage *Science des matériaux de l'électrotechnique - Notes de cours* - représente les notes du cours que l'auteur présente aux étudiants en troisième année de l'Université POLITEHNICA de Bucarest, le Département de Sciences de l'Ingénieur, Filière Francophone, Génie électrique et Informatique.

Cet ouvrage à la base le cours "Materiale electrotehnice" [2] élaboré et présenté par le professeur Alfons Ifrim aux plusieurs générations des étudiants de la Faculté d'Electrotechnique de l'Université POLITEHNICA de Bucarest, ainsi que les approches sur le corps solide présentées par Slater [8], Kittel [3], P. Robert [6] et P. Noñinger [2, 5].

L'objet du cours est l'étude des propriétés physiques, chimiques et technologiques des matériaux d'usage électrotechnique, énergétique et électronique.

Le cours est structuré en quatre grandes parties qui regroupent 8 chapitres.

Dans la première partie (*Propriétés générales des cristaux*) on fait un rappel des notions concernant les corps cristallins et le comportement des électrons dans les cristaux. On présente les modèles utilisés pour décrire les électrons, la formation des bandes d'énergie et la classification des matériaux en isolants, semiconducteurs et conducteurs.

La deuxième partie (*Conduction électrique des matériaux*) est dédiée à l'étude de la conduction électrique. Les trois chapitres de cette partie présentent les mécanismes et les phénomènes associées à la conduction électriques dans les métaux, semiconducteurs et isolants.

Les propriétés diélectriques des matériaux sont présentées dans la troisième partie de l'ouvrage (*Propriétés diélectriques des matériaux*). Ainsi, on présente les différentes classes de polarisation des matériaux et les types de pertes qui se développent dans les diélectriques.

Dans la dernière partie du cours (*Propriétés magnétiques des matériaux*) on présente les principaux types de magnétisme et pour chaque type on décrit le mécanisme d'aimantation correspondant.

Première partie

Propriétés générales des cristaux

Chapitre 1

Corps cristallins

1.1 Etats des corps

De point de vue **macroscopique** les corps présentent deux états d'agrégation : *l'état gazeux* et *l'état condensé*; dans le cadre de l'état condensé on distingue *l'état liquide* et *l'état solide*.

Corps gazeux

Les gaz sont formés des molécules ou des atomes situés aux grandes distances les uns par rapports aux autres, ce qui fait que les interactions entre les particules soient faibles. Par conséquent, les corps gazeux n'ont ni forme ni volume bien définis, leur densité est petite et ils sont sensiblement compressibles.

Les propriétés macroscopiques des gaz sont fortement influencées par leur pression (p) et par leur température (T). Si les gaz sont chauffés aux très hautes températures (desaines de milles de degrés Celsius), ou s'ils sont introduits dans des champs électriques très forts, alors il peut arriver une indépendance des électrons contenus dans les couches électroniques par rapport aux noyaux, en résultant *l'état de plasmе*.

Corps liquides

Dans le cas des liquides, les forces d'interaction intermoléculaires sont plus fortes qu'aux gaz et les molécules se déplacent plus lentement les unes par rapport aux autres. Par conséquent les corps liquides ont des volumes bien définis, mais ils n'ont pas de formes bien définies et ils sont très peu compressibles.

Corps solides

Les forces d'interaction entre les particules constitutives des solides (atomes, ions,

molécules) sont très fortes et, en conséquence, ils ont une forme et un volume bien définis. Par la modification de la température ou de la pression auxquelles les corps sont soumis, on peut modifier leur état d'agrégation.

■ **Remarque :** L'état d'agrégation d'un corps dépend de sa structure physico-chimique, mais aussi de la température et de la pression auxquelles le corps est soumis. ■

De point de vue **microscopique** les corps condensés peuvent être *cristallins* ou *amorphes*. Un corps se trouve dans l'état cristallin ou dans l'état amorphe en fonction de la valeur de son énergie libre.

L'*énergie libre* est la partie de l'énergie d'un système physique, susceptible d'être transformées en travail mécanique. Pour calculer l'énergie libre il existe la relation

$$F = W - TS, \quad (1.1)$$

où F est l'énergie libre, W - l'énergie interne, T - la température thermodynamique et S - l'entropie.

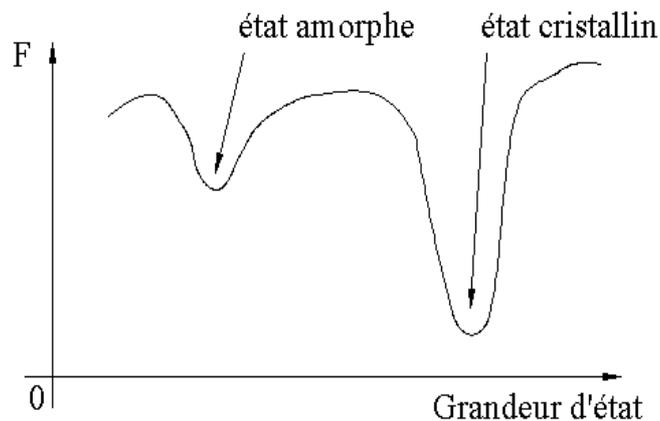


Figure 1.1: Variation de l'énergie libre

L'énergie libre présente plusieurs minimums relatifs et un minimum absolu (figure 1.1). Lorsque l'énergie libre atteint le minimum absolu le corps est dans l'état cristallin et lorsque l'énergie libre à un minimum relatif le corps est dans l'état amorphe.

Corps cristallins

Les corps cristallins (les cristaux) ont les particules constitutives (atomes, ions, molécules) disposées d'une manière ordonnée, avec une compacité maximale dans des larges domaines par rapport aux dimensions des particules. On dit que dans les cristaux

il y a ordre locale mais aussi ordre à distance. Les cristaux présentent une température de fusion (T_f) nette, distincte et ils sont, en général, anisotropes.

Corps amorphes

Les particules des corps amorphes sont disposées de manière ordonnée (régulière) seulement à courtes distances (quelques diamètres des particules), tandis que à grandes distances la disposition des particules est désordonnée. On dit que les corps amorphes présentent ordre locale, mais désordre à distance. Ces corps n'ont pas une température de fusion nette, mais ils présentent un intervalle de ramollissement.

Corps partiellement cristallins

Il y a des corps (par exemple, le polyéthylène) qui contiennent aussi des régions cristallines que des régions amorphes. Dans ces corps, appelés *partiellement cristallins*, les régions cristallines, appelées *sphérolites*, sont séparées par des régions amorphes (figure 1.2).

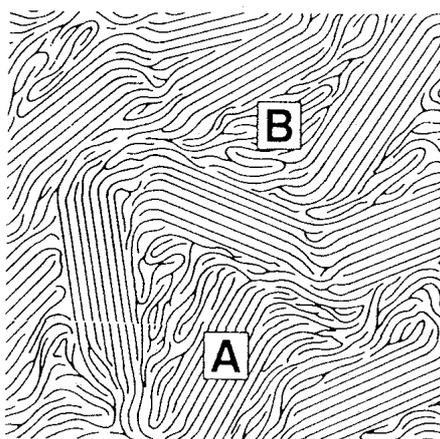


Figure 1.2: Régions cristallines et amorphes dans polyéthylène.

Le concept de *taux de cristallinité* permet de quantifier la proportion des régions cristallines dans un échantillon donné. Il est simplement défini, en masse (x_c) et en volume (v_c), par les relations suivantes :

$$x_c = \frac{m_c}{m} \quad \text{et} \quad v_c = \frac{V_c}{V}, \quad (1.2)$$

où m_c et V_c sont la masse et le volume des régions cristallines et m et V la masse et le volume de tout l'échantillon.

En général, le passage de l'état cristallin à l'état amorphe se caractérise par la disparition simultanée de toutes les symétries du cristal. Toutefois, certains corps purs

ne passent pas directement de l'état cristallin à l'état amorphe, mais ils possèdent une ou plusieurs phases intermédiaires, qualifiées de mésomorphes.

1.2 Réseaux cristallins

La caractéristique fondamentale d'un matériau dans l'état cristallin est celle d'être formé d'un arrangement périodique d'atomes ou de molécules. Par *réseau cristallin* on comprend une succession régulière de points dans l'espace nommés *noeuds*. Si on associe une particule à chaque noeud on obtient une *structure cristalline* (figure 1.3).

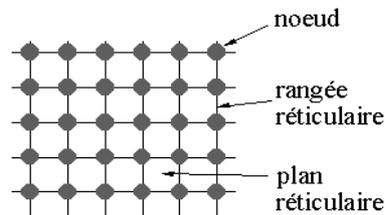


Figure 1.3: Elements d'un réseau

La *cellule élémentaire (maille)* est la plus petite prisme dont les sommets sont occupés par des noeuds, permettant de reconstituer tout le réseau par des opérations de translation selon les trois axes de l'espace. Par regroupement des réseaux cristallins possédant une même maille, on définit sept systèmes cristallins : cubique, hexagonal, trigonal (rhomboédrique), tétragonal, orthorhombique, monoclinique et triclinique. De ces systèmes dérivent 14 types de réseaux de Bravais, parmi lesquels les plus importants types de réseaux sont : cube à faces centrées (CFC), cube centré (CC) et hexagone compact (HC) (figure 1.4).

Suivant le type de liaisons interatomiques on distingue cinq classes des cristaux :

- ioniques (par exemple NaCl) ;
- covalentes (par exemple Ge, Si) ;
- métalliques (par exemple Cu, Ag, Au) ;
- moléculaires (à liaison Van der Waals) (par exemple la paraffine) ;
- à liaisons hydrogène.

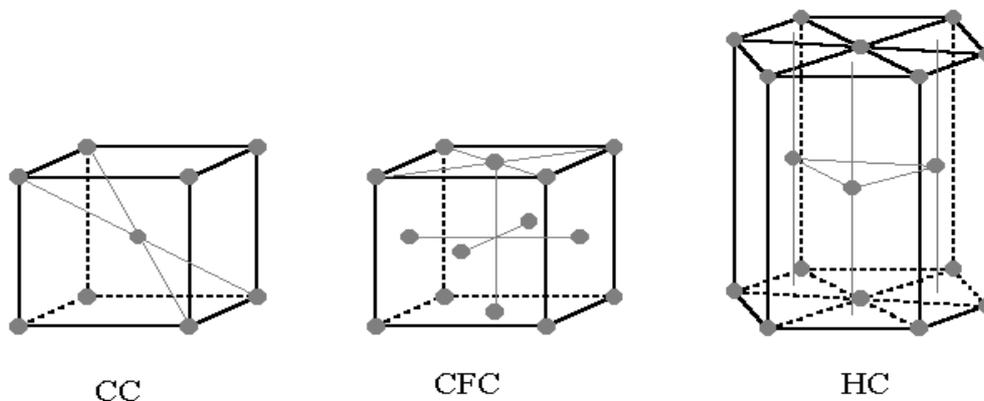


Figure 1.4: Les plus importants types de réseaux : CC, CFC et HC.

1.3 Défauts des réseaux cristallins

On appelle *défaut de réseau* toute déviation (exception) de la disposition strictement ordonnée des particules dans un cristal. Un cristal idéal (sans défauts) ne pourrait exister qu'à la température de 0 K. Par conséquent tout cristal réel (à $T \neq 0$) contient des défauts.

Il y a des défauts :

- ponctuels (zerodimensionnels) ;
- linéaires (unidimensionnels) ;
- de surface (bidimensionnels) ;
- de volumes (tridimensionnels).

1.3.1 Défauts ponctuels

Les plus importants défauts ponctuels sont les noeuds vacants (lacunes), l'existence des particules interstitielles, la présence des particules d'impuretés. Les plus rencontrés défauts ponctuels sont les défauts Schottky et les défauts Frenkel (figure 1.5).

Le *défaut Schottky* est un défaut simple qui consiste en l'existence d'une lacune (l'absence d'une particule dans un site qui normalement devrait en contenir une). L'énergie nécessaire pour la formation d'un défaut Schottky est, par exemple, pour aluminium $w_{dS} \approx 0,75$ eV.

Le *défaut Frenkel* est un double défaut, formé d'une paire lacune - particule interstitielle. Pour aluminium, l'énergie nécessaire pour qu'un défaut Frenkel se produise est $w_{dF} \approx 3 \text{ eV}$.

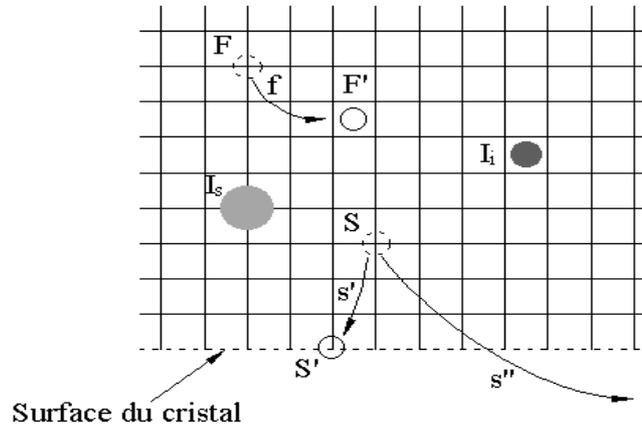


Figure 1.5: Défauts ponctuels.

Calcul de la concentration numérique des défauts ponctuels de type Schottky

On considère un cristal de volume unité, à une température constante T , et qui est thermodynamiquement stable. On suppose que ce cristal peut présenter seulement des défauts Schottky. Il est connu que'un cristal est stable de point de vue thermodynamique lorsque l'énergie libre F atteint un minimum en présence des défauts ($\frac{\partial F}{\partial N_s} = 0$).

D'abord, on suppose que le cristal n'a aucun défaut et que son énergie libre est

$$F_0 = W_0 - TS_0. \quad (1.3)$$

Ensuite, on suppose que, par une modalité quelconque, on a réalisé des défauts Schottky. Le cristal contenant ces défauts aura maintenant l'énergie libre

$$F = W - TS. \quad (1.4)$$

Afin qu'un défaut se produise (par exemple par l'extraction d'un atome d'un noeud du réseau) il faut fournir au cristal une certaine énergie. Il résulte que l'énergie du cristal avec des défauts est supérieure à celle du cristal sans défauts ($W > W_0$). On a donc :

$$\begin{aligned} W &= W_0 + \delta W, \\ \delta W &= N_S w_{dS}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

où N_S le nombre des défauts Schottky (pour le cristal de volume unité N_S représente la concentration des défauts).

L'apparition des défauts dans le cristal constitue une transformation irreversible et, en conformité avec le deuxième principe de la thermodynamique, l'entropie S augmente :

$$S = S_0 + \delta S. \quad (1.6)$$

La variation d'entropie est définie dans la physique statistique comme

$$\delta S = -k \ln \mathcal{P} \quad (1.7)$$

où \mathcal{P} est la probabilité de réalisation d'une certaine configuration de repartition des atomes du cristal dans le cas de l'apparition de N_S défauts Schottky.

Pour un cristal qui a N noeuds et N_S défauts Schottky, le nombre de configurations possibles est

$$g = C_N^{N_S} = \frac{N!}{N_S!(N - N_S)!}. \quad (1.8)$$

La probabilité de réalisation d'une configuration est, donc,

$$\mathcal{P} = \frac{1}{g}, \quad (1.9)$$

et, par conséquent, la relation (1.7) devient

$$\delta S = k \ln g = k[\ln N! - \ln N_S! - \ln(N - N_S)!]. \quad (1.10)$$

Pour des grands nombres il est valable l'approximation de Stirling :

$$N! \approx \left(\frac{N}{e}\right)^N, \quad (1.11)$$

qui peut être écrite autrement

$$\ln N! \approx N \ln N - N. \quad (1.12)$$

Avec cette approximation, la relation (1.10) devient

$$\begin{aligned} \delta S &= k[N \ln N - N - N_S \ln N_S + N_S - (N - N_S) \ln(N - N_S) + N - N_S] \Rightarrow \\ \delta S &= k[N \ln N - N_S \ln N_S - (N - N_S) \ln(N - N_S)]. \end{aligned} \quad (1.13)$$

La relation de calcul de l'énergie libre peut maintenant s'écrire :

$$F = W - TS = W_0 + \delta W - TS_0 - T\delta S = F_0 + \delta W - T\delta S. \quad (1.14)$$

Ensuite, avec (1.5) et (1.13), on obtient

$$F = F_0 + N_S w_{dS} - kT[N \ln N - N_S \ln N_S - (N - N_S) \ln(N - N_S)]. \quad (1.15)$$

La valeur de N_S pour laquelle l'énergie libre F présente un minimum s'obtient avec l'équation $\frac{\partial F}{\partial N_S} = 0$, qui conduit (en utilisant la relation (1.15)) à :

$$w_{dS} - kT[-\ln N_S - 1 + \ln(N - N_S) + 1] = 0. \quad (1.16)$$

Puisque le nombre des défauts est négligeable par rapport au nombre des noeuds ($N_S \ll N$) la relation (1.16) devient

$$w_{dS} = kT \ln \frac{N}{N_S}, \quad (1.17)$$

et finalement

$$N_S = N e^{-\frac{w_{dS}}{kT}}. \quad (1.18)$$

Pour la concentration des défauts Frenkel on obtient d'une manière similaire :

$$N_F = \sqrt{NN'} e^{-\frac{w_{dF}}{2kT}}, \quad (1.19)$$

où N' est la concentration des interstices et N est la concentration des noeuds.

■ **Remarques :**

1. N_S et N_F varie avec la température ainsi que avec w_{dS} et, respectivement, w_{dF} .
2. $w_{dS} < w_{dF}$ ce qui implique $N_S > N_F$.

■

Chapitre 2

Électrons dans les cristaux

Les premières théories élaborées dans le cadre de la physique classique afin d'expliquer les propriétés des atomes se sont basées sur des modèles (comme celui de Rutherford-Bohr) dans lesquels les particules constitutives (électrons, protons, neutrons) obéissent les lois de la mécanique classique et ont un comportement similaire à celui des corps macroscopiques. Plus tard, les physiciens se sont rendu compte que le comportement des microparticules (comme les électrons) est fondamentalement différent de celui des corps ponctuels considérés dans le cadre de la physique classique, car un nombre de propriétés essentielles des microparticules n'ont pas pu être expliquées avec les concepts classiques. Par exemple, à l'impact avec la surface d'un cristal, les électrons subissent des diffractions similaires à ceux des ondes électromagnétiques. Ce comportement, qui contredit les concepts de la mécanique classique, ne peut être décrit que dans le cadre de la mécanique quantique.

Dans ce chapitre on présente le modèle classique et les modèles quantiques (électron libre, électron quasilibre, électron fortement lié) élaborés pour décrire le comportement des électrons dans les cristaux.

2.1 Modèle classique de l'électron

2.1.1 Électron lié

L'électron lié de l'atome est représenté dans le cadre du modèle planétaire de l'atome (figure 2.1). Ce modèle assimile les électrons à des minuscules boules (comme de billard), de rayon $r \approx 2,82 \cdot 10^{-5} \text{ \AA}$, qui gravitent autour du noyau.

Avec ce modèle, le moment magnétique \mathbf{m} de l'électron a deux composantes :

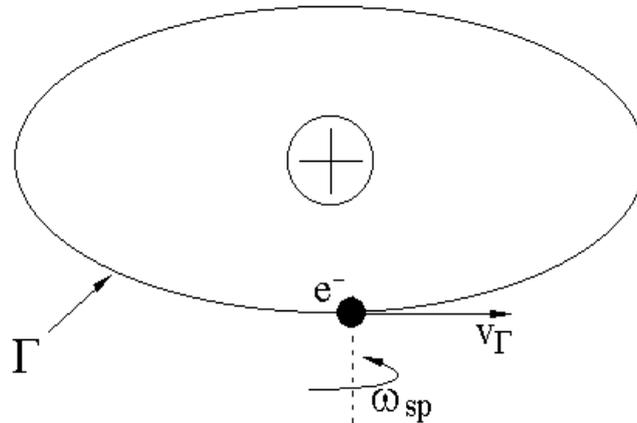


Figure 2.1: Modèle planétaire de l'atome

- un moment magnétique orbital \mathbf{m}_Γ qui correspond à la rotation de l'électron sur l'orbite Γ ;
- un moment magnétique de spin \mathbf{m}_{sp} qui correspond à la rotation de l'électron sur lui même.

On a donc la relation

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_\Gamma + \mathbf{m}_{sp}. \quad (2.1)$$

2.1.2 Électron de conduction. Déplacement des électrons dans le cristal

A quelques exceptions près, tous les matériaux conducteurs ont une structure cristalline. Admettons qu'en moyenne chaque atome libre un électron de conduction. Ces électrons se trouvent plongés dans le potentiel créé par les cations formant le réseau.

Si le cristal ne présentait aucun défaut, et si les cations étaient totalement immobiles, les électrons, supposés ne pas interagir entre eux, se déplaceraient dans un potentiel parfaitement périodique, et conserveraient chacun une énergie rigoureusement constante. Leur comportement serait comparable à celui de billes pesantes, se déplaçant sans frottements sur une surface, en moyenne horizontale, mais présentant un réseau de sommets.

En réalité, un réseau cristallin n'est jamais parfait ; les principaux types de défauts pouvant se présenter ont été décrits à la section 1.3. Les électrons de conduction interagissent avec ces défauts. Il en résulte que le mouvement de ces électrons est sans

cesse perturbé par des processus aléatoires de natures diverses désignés, dans le modèle classique (boules de billard), par le terme générique de *choc*.

A température ambiante, et dans la plupart des métaux, la résistance électrique dépend principalement de l'interaction des électrons de conduction avec les phonons. A basse température, quelques degrés Kelvin, l'interaction avec les autres types de défauts cristallins devient prépondérante.

Les échanges d'énergie se produisant au cours des chocs aboutissent à la mise en équilibre thermodynamique des électrons de conduction avec le réseau. Par exemple, l'augmentation d'énergie cinétique des électrons de conduction, due à un champ électrique appliqué, provoque une augmentation de l'énergie du réseau correspondant à une élévation de température.

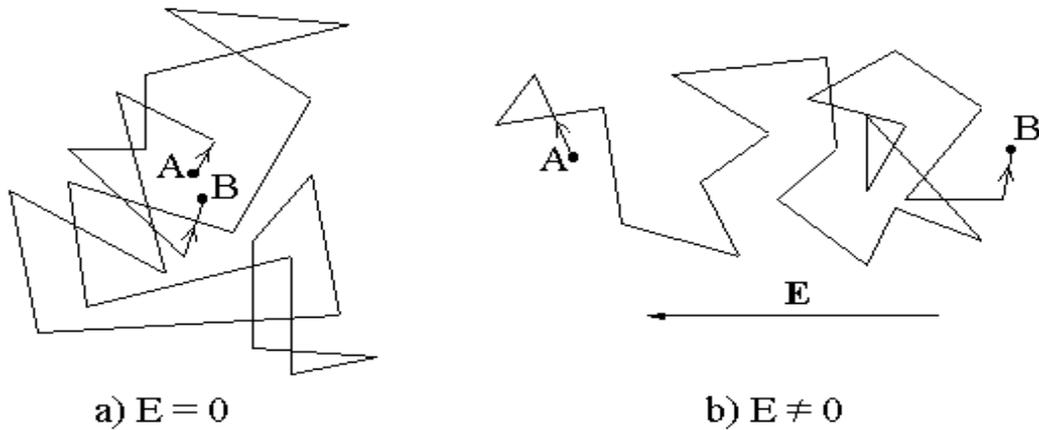


Figure 2.2: Trajectoires d'un électron dans cristal : (a) en l'absence du champ électrique ; (b) en présence du champ électrique.

La trajectoire d'un électron dans le cristal a l'allure présentée dans la figure 2.2. Chaque changement de direction correspond à un choc. On appelle *temps de collision moyen* τ_c , l'intervalle de temps moyen qui sépare deux chocs consécutifs subis par le même électron. La distance moyenne qui est parcourue par un électron entre deux chocs consécutifs s'appelle *chemin libre moyen* \tilde{l} . La vitesse des électrons \mathbf{v} peut être dissociée en deux composantes $\mathbf{v} = \mathbf{v}_T + \mathbf{v}_D$. En l'absence du champ électrique le mouvement des électrons dans le cristal est chaotique et il est dû exclusivement à l'agitation thermique. La vitesse des électrons est donnée dans ce cas seulement par le transfert d'énergie cinétique réseau-électron qui se produit au cours des chocs. Cette vitesse s'appelle *vitesse thermique* \mathbf{v}_T . Après l'application d'un champ électrique, un mouvement ordonné, antiparallèle à \mathbf{E} , dû à la force électrique qui agit sur les électrons, se superpose au mouvement

desordonné. La composante de la vitesse des électrons due à l'action du champ électrique appliqué s'appelle *vitesse de dérive* \mathbf{v}_D . La liaison directe entre la vitesse de dérive \mathbf{v}_D et l'intensité du champ électrique \mathbf{E} appliqué au corps est donnée par la relation

$$\mathbf{v}_D = \mathcal{M}\mathbf{E}, \quad (2.2)$$

où \mathcal{M} est une grandeur scalaire appelée *mobilité de l'électron*.

■ **Remarque :** La vitesse thermique est nettement supérieure à la vitesse de dérive ($v_T \gg v_D$). Par exemple, pour aluminium, on a : $v_T = 10^5$ m/s et $v_D = 1$ cm/s. Entre τ_c , \tilde{l} et v il existe la relation

$$\tau_c = \frac{\tilde{l}}{v}.$$

■

Après un certain temps depuis l'annulation du champ électrique, le mouvement de dérive des électrons disparaît à cause des chocs, et aux électrons il ne reste seulement le mouvement desordonné dû exclusivement à l'agitation thermique. On peut écrire

$$v_D = v_{D_0} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

où v_D est la vitesse au moment $t > t_0$, v_{D_0} est la vitesse au moment t_0 de l'annulation du champ, τ s'appelle *temps de relaxation* et il est démontré que $\tau \approx \tau_c$.

2.2 Modèles quantiques. Ondes associées aux électrons

Dans certains cas les électrons se comportent comme les microparticules classiques, mais dans d'autres cas ils se comportent comme des ondes. En 1924 Louis de Broglie a démontré que à chaque phénomène ondulatoire on peut associer une microparticule et à chaque microparticule on peut associer une onde nommée *onde associée*. Ainsi, à un électron caractérisé par l'énergie w et l'impulsion p on associe une onde caractérisée par la fréquence f , la longueur d'onde λ , le vecteur d'onde \mathbf{K} et le nombre d'ondes K . Le comportement dual des électrons - de microparticule et d'onde - est décrit par les suivantes équations fondamentales de la mécanique quantique :

$$w = hf = \frac{h\omega}{2\pi} = \omega\hbar, \quad (2.3)$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar K, \quad (2.4)$$

$$p = K\hbar, \quad (2.5)$$

où $h = 6.62 \cdot 10^{-34}$ Js est la constante de Planck (constante d'action) et $\hbar = h/(2\pi)$.

En réalité, à chaque électron on associe une *fonction d'onde* $\Psi(\mathbf{r}, t)$ qui décrit l'état de l'électron. La fonction d'onde $\Psi(\mathbf{r}, t)$ est la solution de l'équation de Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta\Psi + U\Psi = j\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}, \quad (2.6)$$

où m_0 est la masse de l'électron auquel on associe Ψ , U est l'énergie potentielle de l'électron et $j = \sqrt{-1}$.

Si l'électron se trouve dans un état stationnaire (son énergie est constante) alors l'équation de Schrödinger (2.6) devient

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta\psi + U\psi = w\psi, \quad (2.7)$$

où w est l'énergie totale de l'électron dans l'état décrit par la fonction d'onde $\psi = \psi(\mathbf{r})$ qui ne dépend que de la position de l'électron (vecteur \mathbf{r}).

La fonction d'onde (Ψ ou ψ) n'a pas, elle même, de signification physique, mais l'interprétation physique de la fonction d'onde est la suivante : le carré du module de Ψ (ou de ψ) est égal (jusqu'à un facteur constant arbitraire) à la densité de probabilité \mathcal{P} de la présence de l'électron dans le point et au moment de temps considérés. Ainsi :

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 = \mathcal{P}(\mathbf{r}, t), \quad (2.8)$$

où, pour les états stationnaires (w constante),

$$|\psi(\mathbf{r})|^2 = \mathcal{P}(\mathbf{r}). \quad (2.9)$$

L'interprétation physique de la fonction d'onde conduit à la conclusion qu'elle doit satisfaire au moins les *conditions standard* suivantes : ψ doit être continue, uniforme et bornée dans tout l'espace de variation des variables dont la fonction dépend. Par conséquent on ne peut pas retenir toutes les solutions de l'équation de Schrödinger comme fonctions d'onde, mais seulement celles qui, respectant au moins les conditions standard, sont interprétables du point de vue physique. L'équation (2.7) soumise aux conditions standard est intégrable uniquement pour certaines valeurs de w , appelées valeurs propres. Il est possible d'obtenir plusieurs solutions $\psi_1^*, \dots, \psi_n^*$ pour chaque valeur propre w . On a dans ce cas une dégénérescence quantique, les états décrits par $\psi_1^*, \dots, \psi_n^*$ s'appellent *états dégénérés* et n est l'ordre de dégénérescence.

La solution de l'équation de Schrödinger pour des états stationnaires (2.7) prend la forme de l'onde plane

$$\psi(\mathbf{r}) = A \exp(j\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}). \quad (2.10)$$

L'expression (2.10) de $\psi(\mathbf{r})$ implique que les états de l'électron étant déterminés par ψ , sont en effet déterminés par K .

Conclusion : Avec la fonction d'onde on peut étudier le mouvement des électrons dans les cristaux. Ainsi, le déplacement des électrons est associé à la propagation de l'onde et un choc entre l'électron et le réseau est associé à une réflexion (et une réfraction) de l'onde.

2.3 Systèmes de particules. Nombres quantiques

Les noyaux et les électrons du cristal forment un système de N particules dont le comportement est décrit (pour les états stationnaires) par la fonction d'onde globale ψ_s qui est la solution de l'équation de Schrödinger qui, dans les coordonnées cartésiennes, a la forme

$$\sum_{i=1}^N \left[-\frac{\hbar^2}{2m_i} \left(\frac{\partial^2 \psi_s}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial z_i^2} \right) \right] + U_s(x_1, \dots, z_N) \psi_s = w_s \psi_s, \quad (2.11)$$

où $U_s(x_1, \dots, z_N)$ est l'énergie potentielle du système, et w_s est l'énergie totale du système. Dans ce cas,

$$|\psi|^2 = \psi_s \psi_s^*$$

est égal à la densité de probabilité de la présence de la première particule du système au voisinage d'un point donné $M_1(x_1, y_1, z_1)$, de la deuxième particule au voisinage du point $M_2(x_2, y_2, z_2)$, etc..

Puisque U_s dépend des coordonnées des toutes les particules, l'intégration de l'équation (2.11) est, pratiquement impossible et, d'habitude, le problème du comportement des électrons se résout par des approximations. Ainsi, on a construit des expressions d'approximation pour des fonctions d'onde uniélectroniques ψ_u qui décrivent l'état d'un électron de l'atome. Les fonctions ψ_u ont une forme qui ressemble à celle de la fonction d'onde associée à l'électron d'un atome de hydrogène (pour lequel on a obtenu la solution exacte de l'équation de Schrödinger). La fonction d'onde globale ψ_S résulte, dans ce cas, égale au produit des fonctions uniélectroniques ψ_u des électrons de l'atome.

Les fonctions uniélectroniques dépendent (en général, dans les états stationnaires) de quatre indices numériques, appelés *nombres quantiques*. Les nombres quantiques sont :

- le *nombre quantique principal* n . Ce nombre détermine les valeurs de l'énergie de l'électron. $n = 1, 2, 3, \dots$

- le *nombre quantique secondaire* l . Ce nombre détermine les valeurs du moment cinétique orbital et du moment magnétique orbital de l'électron. $l = 0, 1, 2, 3, \dots, n - 1$.
- le *nombre quantique magnétique* m_l . Ce nombre détermine les valeurs des projections du moment cinétique orbital et du moment magnétique orbital sur une direction arbitraire (souvent la direction d'un champ magnétique extérieur). $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$.
- le *nombre quantique de spin* m_s . Ce nombre détermine les valeurs des projections du moment cinétique propre et du moment magnétique propre de l'électron sur une direction arbitraire, $m_s = \pm \frac{1}{2}$.

Un état déterminé par les valeurs données des nombres quantiques n , l et m_l s'appelle *état orbital*, tandis qu'un état déterminé par des valeurs données de tous les quatre nombres quantiques s'appelle *état quantique*. Par conséquent, à un état orbital correspondent deux états quantiques définis par $m_s = \frac{1}{2}$ et $m_s = -\frac{1}{2}$.

Principe d'exclusion de Pauli

Pour les systèmes formés des particules ayant m_s demi-entier (électrons, protons, neutrons) il est valable le *principe d'exclusion de Pauli* selon lequel dans un état quantique on peut trouver une seule particule composante du système. Par exemple, dans un système d'électrons (un atome à plusieurs électrons) on peut trouver dans un état orbital donné tout au plus deux électrons, l'un avec $m_s = \frac{1}{2}$ et l'autre avec $m_s = -\frac{1}{2}$. On dit que les deux électrons ont les spins antiparallèles. Autrement dit, dans un système d'électrons, deux électrons ne peuvent pas avoir les mêmes valeurs des nombres quantiques n , l , m_l , m_s .

2.3.1 États des électrons dans les cristaux

Dans l'étude des états des électrons dans un cristal il faut tenir compte de la périodicité de la structure cristalline et du champ électrique produit par les particules constitutives du cristal. Afin de trouver la fonction d'onde ψ_s qui caractérise le système formé par les particules constitutives du cristal, on admet les *hypothèses simplificatrices* suivantes :

1. On considère que les électrons sont indiscernables et que la fonction d'onde ψ associée à un électron décrit tous les électrons du cristal.
2. On considère les cristaux unidimensionnels, avec les particules équidistantes, disposées à une constante de réseau a les unes par rapport aux autres.

3. On considère que les mouvements des électrons ne sont pas influencés par les déplacements des ions placés dans les noeuds du réseau cristallin (les ions sont considérés immobiles dans les noeuds, même s'il existe une interaction électron-ion par l'intermédiaire du champ électrique produit par les ions).
4. On admet qu'il existe une interaction entre l'électron étudié et le champ électrique produit par les autres électrons.

Avec ces hypothèses on peut écrire pour l'énergie potentielle du système d'électrons une expression ayant la forme d'une série Fourier :

$$U(x) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos\left(\frac{2nx\pi}{a}\right). \quad (2.12)$$

L'équation Schrödinger dévient :

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{d^2\psi_s}{dx_2} + U(x)\psi_s = w_s\psi_s \quad (2.13)$$

■ **Remarque :** ψ_s caractérise le système entier d'électrons mais elle est associée à un seul électron. On va noter $\psi_s = \psi(x)$. Mais $U(x)$ continue d'avoir une expression compliquée et pour trouver la fonction d'onde ψ on doit admettre d'autres hypothèses, en résultant trois modèles pour l'électron : électron libre, électron quasilibre, et électron fortement lié. ■

2.3.2 Approximation des électrons libres

Dans l'approximation des électrons libres on considère que les électrons n'interagissent pas avec les ions des noeuds du réseau (les forces d'interaction sont nulles). Par conséquent, il résulte que dans ce cas l'énergie potentielle est constante ($U = U_0$).

Afin que les fonctions d'onde puissent être attachées aux électrons en mouvement, on les impose une *condition cyclique* (de Born) qui dit que la fonction d'onde doit être périodique en fonction de x , d'une période L correspondante aux domaines finis et suffisamment grands du cristal. Par exemple, L peut être la longueur d'un grain cristallin. Les fonctions d'onde ont dans ce cas les expressions :

$$\psi(x) = A \exp(\pm jKx) \quad \text{où} \quad K = 0, \pm \frac{2\pi}{L}, \dots \quad (2.14)$$

■ **Remarque :** Le module $|\psi(x)|$ ne dépend pas de x et, donc, l'électron se trouve avec la même probabilité dans chaque point du cristal. ■

Dans ces conditions l'énergie w d'un électron a une variation parabolique en fonction du nombre d'onde K :

$$w = \frac{\hbar^2}{2m_0} K^2 + U_0. \quad (2.15)$$

La condition cyclique implique

$$K_n = \frac{2n\pi}{L}, \quad n \in Z, \quad (2.16)$$

et la relation (2.15) devient

$$w_n = \frac{\hbar^2}{2m_0} + U_0 = \frac{2\pi^2 \hbar^2 n^2}{m_0 L^2} + U_0. \quad (2.17)$$

La relation (2.16) montre que l'énergie w ne prend pas toutes les valeurs de la parabole $w(K)$ mais seulement certaines valeurs qui correspondent aux valeurs entières de n (figure 2.3).

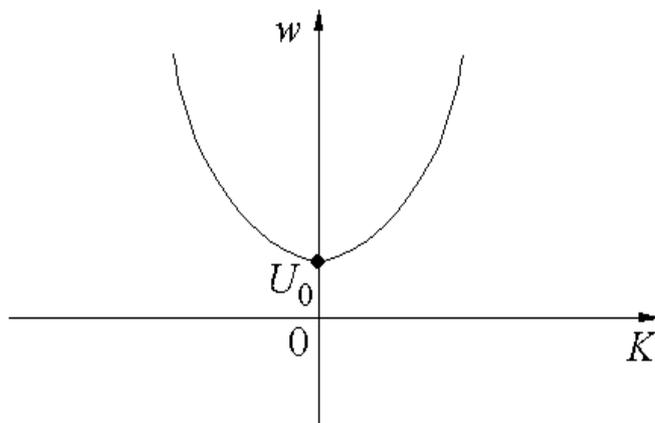


Figure 2.3: Variation $w(K)$ pour l'électron libre.

■ **Remarque :** L'énergie des électrons libres a une variation parabolique en fonction de K , mais elle prend des valeurs discrètes qui correspondent aux valeurs entières du nombre n . ■

2.3.3 Approximation des électrons quasilibres

Dans l'approximation des électrons quasilibres on considère que les électrons dans leur mouvement interagissent avec les ions des nœuds du réseau cristallin par l'intermédiaire du champ électrique des ions. L'énergie potentielle est dans ce cas (figure

2.4)

$$U(x) = U_0 + \sum_{i=1}^{\infty} U_i \cos\left(\frac{2ix\pi}{a}\right). \quad (2.18)$$

On sait que la réflexion Bragg est une caractéristique fondamentale de la propagation des ondes dans les cristaux, son effet global, de la traversation du cristal entier par des ondes, étant celui de diffraction. Ces réflexions représentent la cause de la formation des bandes d'énergie (figure 2.5) car les fonctions d'onde correspondantes aux réflexions Bragg ne sont pas solutions de l'équation de Schrödinger. La condition d'apparition des réflexions Bragg est :

$$2a \sin \theta = n\lambda, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.19)$$

où a est la constante du réseau et θ est l'angle formé par la direction de propagation de l'onde avec les plans réticulaires.

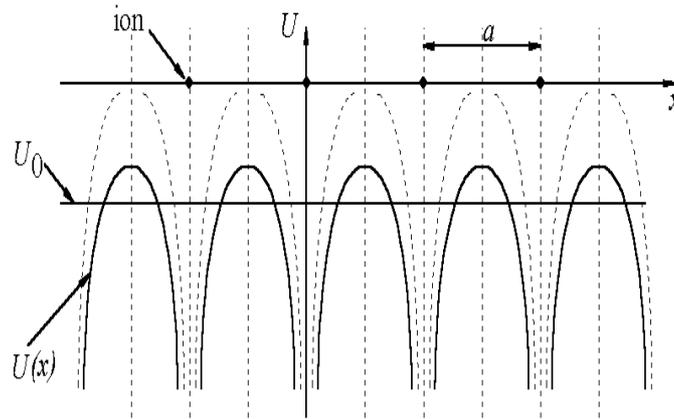


Figure 2.4: Variation de l'énergie potentielle de l'électron quasilibre pour le cristal unidimensionnel.

On va expliquer du point de vue physique l'origine des bandes d'énergie (permises et interdites) dans le cas du problème simple du cristal linéaire unidimensionnel ayant la constante du réseau a . Dans ce cas, quand on suppose que la direction de propagation de ψ est perpendiculaire sur le plan réticulaire, la relation de Bragg (2.19) a la forme particulière $2a = n\lambda$. En tenant compte de l'expression du nombre d'ondes $K = \frac{2\pi}{\lambda}$, on obtient :

$$K = \frac{n\pi}{a}, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.20)$$

Les premières réflexions Bragg et, donc, les premières bandes interdites se forment pour $K = \pm \frac{\pi}{a}$. Autres bandes interdites se forment pour d'autres valeurs du nombre entier n . Les fonctions d'onde avec $K = \pm \frac{\pi}{a}$ ne représentent plus d'ondes qui se propagent (du type $\exp(\frac{jx\pi}{a})$) mais elles représentent des ondes qui sont composées (chacune) des parties égales des deux ondes "voyageuses" (2.14) qui se propagent l'une dans le sens positive et l'autre dans le sens négative de l'axe Ox. Ces ondes (avec $K = \pm \pi/a$) s'appellent *ondes stationnaires* parce qu'elles se propagent nulle part. Ainsi, on peut former deux ondes stationnaires différentes à partir des deux ondes voyageuses $A \exp(\pm \frac{jx\pi}{a})$:

$$\psi(+)=A \exp \left(\frac{j x \pi}{a}\right)+A \exp \left(-\frac{j x \pi}{a}\right)=2 A \cos \left(\frac{x \pi}{a}\right), \quad (2.21)$$

$$\psi(-)=A \exp \left(\frac{j x \pi}{a}\right)-A \exp \left(-\frac{j x \pi}{a}\right)=2 A j \sin \left(\frac{x \pi}{a}\right). \quad (2.22)$$

Les deux ondes stationnaires $\psi(+)$ et $\psi(-)$ fixent les électrons dans des régions différentes et, par conséquent, les deux ondes ont valeurs différentes de l'énergie potentielle. Cela est l'origine des bandes d'énergie.

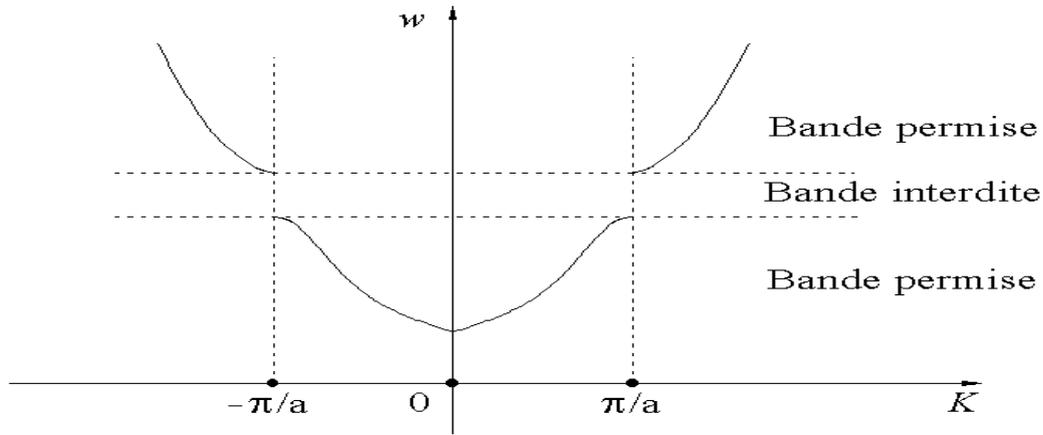


Figure 2.5: Variation $w(K)$ pour l'électron quasilibre.

Il résulte que pour $\psi(+)$, la densité de probabilité $\mathcal{P}(+)$ est :

$$\mathcal{P}(+)=|\psi(+)|^2 \sim \cos^2 \left(\frac{x \pi}{a}\right).$$

Ainsi, cette onde fixe les électrons dans les points où sont centrés les ions positifs, c'est à dire en $x = 0, a, 2a, \dots$, là où l'énergie potentielle présente des minimums. Pour $\psi(-)$ on a :

$$\mathcal{P}(-)=|\psi(-)|^2 \sim \sin^2 \left(\frac{x \pi}{a}\right),$$

et, par conséquent, cette onde concentre les électrons loin des centres des ions, dans les points où l'énergie a des maximums (figure 2.4). En calculant les énergies dans des deux cas on obtient :

$$w(+)=\frac{\hbar^2 K^2}{2m_0}+U_0-\frac{U_1}{2}, \quad (2.23)$$

et

$$w(-)=\frac{\hbar^2 K^2}{2m_0}+U_0+\frac{U_1}{2}. \quad (2.24)$$

Ainsi, il résulte que la largeur de la bande interdite est $w_i = U_1$.

■ **Remarque :** A l'intérieur des bandes permises w a variation parabolique avec K , comme dans le cas de l'électron libre. ■

Masse effective de l'électron

La masse effective de l'électron est une grandeur qui tient compte des interactions de l'électron quasilibre avec le réseau et qui permet l'étude du mouvement des électrons dans le cristal avec des équations similaires aux celles appliquées au mouvement des électrons libres dans la mécanique classique. Si l'on considère l'électron comme une particule classique, l'équation de Newton est applicable et on peut écrire

$$\mathbf{F} = m_0 \mathbf{a}, \quad (2.25)$$

où \mathbf{F} est la force qui agit sur l'électron et qui lui imprime l'accélération a . La force \mathbf{F} a deux composantes

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{int} + \mathbf{F}_{ext}, \quad (2.26)$$

où \mathbf{F}_{ext} est la force due au champ extérieur et \mathbf{F}_{int} est la force dérivant du potentiel créé par les ions. La forme de (2.25) est très simple mais son usage pour calculer a reste problématique car F_{int} n'est pas connu. Cette difficulté est résolue si, au lieu de la masse m_0 , on utilise la *masse effective de l'électron* m_0^* , pour écrire l'équation de Newton :

$$F_{ext} = m_0^* a. \quad (2.27)$$

L'intérêt du procédé réside évidemment dans le fait que m_0^* peut être facilement calculée :

$$m_0^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 w}{d K^2} \right)^{-1} \quad (2.28)$$

2.3.4 Approximation des électrons fortement liés

Cette approximation est, en fait, l'une des méthodes de calcul des bandes d'énergie. On admet comme hypothèse que les électrons sont fortement liés aux noyaux et que leurs états sont décrits par des fonctions d'onde de type Heitler-London (figure 2.6).

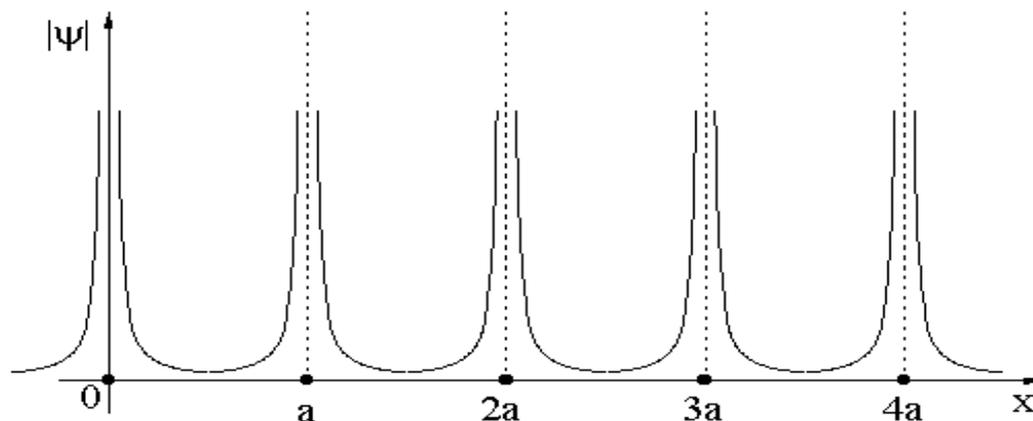


Figure 2.6: Fonction d'onde de type Heitler-London

Ces fonctions sont différentes de zéro seulement dans les noeuds du réseau, en excluant pratiquement la possibilité que les électrons se trouvent dans les interstices. Ainsi, ces fonctions d'onde ne peuvent pas caractériser les électrons libres du cristal, mais uniquement les électrons fortement liés (qui gravitent autour les noyaux).

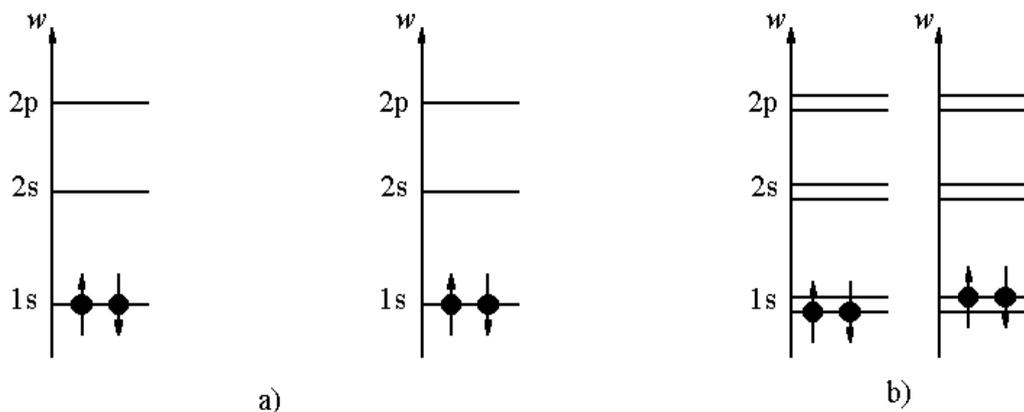


Figure 2.7: Niveaux d'énergie pour deux atomes de He : a) isolés, et b) rapprochés jusqu'à l'interaction de leurs électrons.

Dans la figure 2.7 (a) on a considéré deux atomes de He situés loins l'un par rapport à l'autre ainsi qu'il n'y a pas d'interaction entre les électrons des deux atomes. Les électrons se trouvent sur les niveaux d'énergie correspondants à l'atome de He isolé. Dans la figure 2.7 (b) on a considéré les deux atomes de He rapprochés suffisamment l'un de l'autre, de façon que les interactions entre les quatre électrons ne puissent pas être négligées. Dans ce cas les quatre électrons des deux atomes forment un système et, en conformité au principe de Pauli, chaque électron se trouve dans un état quantique différent des états des autres trois électrons. Ainsi, il se produit le fendage de chaque niveau orbital d'énergie en deux nouveaux niveaux.

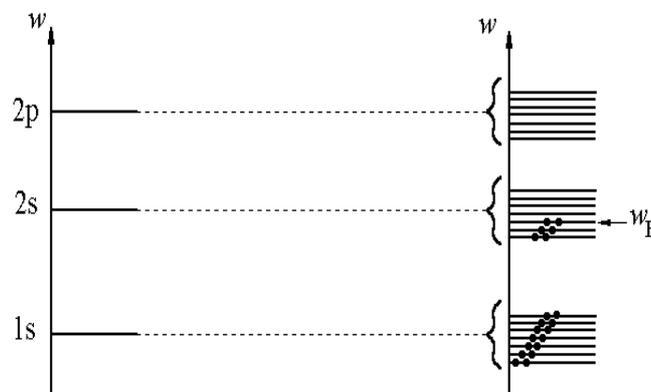


Figure 2.8: Bandes d'énergie qui résultent au rapprochement de N atomes.

Généralisation :

Au moment du rapprochement de N atomes (en réalisant un cristal avec N atomes) à une distance à laquelle les électrons des N atomes interagissent entre eux, chaque niveau orbital d'énergie de l'atome isolé se fend en N nouveaux niveaux d'énergie (figure 2.8). Ces niveaux se groupent en bandes permises d'énergie qui sont séparées par des bandes interdites d'énergie.

■ **Remarque :**

- Plus l'énergie w augmente, plus les bandes permises s'élargissent et les bandes interdites se rétrécissent (figure 2.9).
- Plus les atomes se rapprochent les uns par rapport aux autres, plus les bandes permises s'élargissent et les bandes interdites se rétrécissent.

■

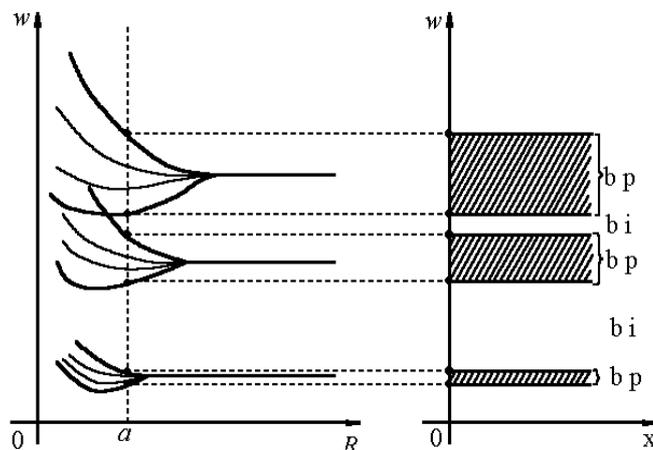


Figure 2.9: Fendage des niveaux aux rapprochement des atomes.

Conclusion :

1. Au constitution d'un cristal par le rapprochement de N atomes, les électrons liés du cristal ont les valeurs de l'énergies comprises dans des bandes permises qui contiennent N niveaux d'énergie.
2. Dans chaque bande, l'énergie prend des valeurs discrètes.
3. Les bandes permises sont séparées par des bandes interdites qui ne contiennent pas de valeurs de l'énergie des électrons.

2.4 Répartition des électrons sur les niveaux des bandes permises

2.4.1 Statistique Fermi-Dirac

La manière d'occupation des bandes permises résulte de la statistique Fermi-Dirac, selon laquelle le densité de répartition des électrons $\varphi_0(w)$ a, en l'absence des champs de forces extérieures et à l'équilibre thermique, l'expression :

$$\varphi_0(w) = \frac{1}{e^{\frac{w-w_F}{kT}} + 1}, \quad (2.29)$$

où w est l'énergie du niveau quantique étudié, w_F est le niveau Fermi, k est la constante de Boltzmann ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K et T est la température (figure 2.10).

La quantité $\varphi_0(w)$ représente, en fait, le nombre d'électrons de l'unité de volume qui se trouvent sur un niveau d'énergie w dans un état quantique donné.

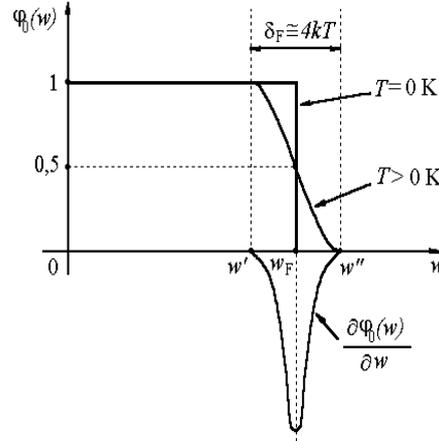


Figure 2.10: Variation de φ avec l'énergie w .

Lorsque dans le cristal on établit un champ électrique d'intensité \mathbf{E} , qui exerce la force $\mathbf{F} = -q_0\mathbf{E}$ sur les électrons, la densité de répartition des électrons se modifie et l'expression (2.29) n'est plus valable. La densité de répartition a, dans ce cas, l'expression

$$\varphi(w) = \varphi_0(w) + \tau q_0 \mathbf{v} \mathbf{E} \frac{\partial \varphi_0(w)}{\partial w}, \quad (2.30)$$

où $q_0 = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C est le module de la charge de l'électron, \mathbf{v} est la vitesse de l'électron (de l'onde associée à l'électron) et τ est le temps de relaxation ($\approx \tau_c$, le temps de collision moyen).

En analysant l'expression (2.30) on observe qu'il y a deux cas distinctes :

1. L'énergie w se trouve à l'extérieur de l'intervalle δ_F (appelé l'intervalle de Fermi). Pour ces valeurs de l'énergie, $\frac{\partial \varphi_0}{\partial w} \approx 0$, et on obtient $\varphi(w) \approx \varphi_0(w)$. Dans ce cas, les électrons ne sont pas affectés par la présence du champ électrique et ils ont seulement un mouvement désordonné, dû à l'agitation thermique. Par conséquent, les électrons de ces niveaux ne déterminent pas un courant électrique de conduction. Cela est la situation des bandes permises, complètement remplies.
2. L'énergie appartient à l'intervalle δ_F , où on a $\frac{\partial \varphi_0}{\partial w} < 0$. Dans ce cas, il y a deux possibilités :
 - (a) $vE < 0$, quand $\varphi(w) > \varphi_0(w)$,
 - (b) $vE > 0$, quand $\varphi(w) < \varphi_0(w)$.

Donc, dans l'intervalle de Fermi le nombre des électrons qui se déplacent dans le sens opposé du champ \mathbf{E} est supérieur au nombre des électrons dans le sens du \mathbf{E} . Il résulte qu'il existe un surplus d'électrons qui ont la vitesse orienté dans le sens

oppose du champ électrique, ces électrons étant ceux qui établissent le courant de conduction dans le corps.

Conclusion : Uniquement les électrons dont l'énergie appartient à l'intervalle de Fermi peuvent être électrons de conduction, c'est à dire seulement les électrons des niveaux partiellement occupés peuvent établir un courant électrique de conduction dans le cristal.

2.4.2 Conducteurs, semiconducteurs et isolants

En fonction de la structure des bandes d'énergie, les corps se classifient en *conducteurs*, *semiconducteurs* et *isolants*.

Les *isolants* ont à $T = 0$ K les bandes permises soit complètement remplies, soit complètement vides (figure 2.11). Le niveau limite de Fermi w_F passe au milieu d'une bande interdite de largeur très grande ($w_i > 3$ eV), qui s'appelle *bande interdite de Fermi* (ou, simplement bande de Fermi). La bande permise complètement occupée située en dessous de w_F s'appelle *bande de valence* (*bv*) et la bande permise complètement vide située en dessus de w_F s'appelle *bande de conduction* (*bc*). Puisque l'énergie moyenne d'un électron est $kT \approx 0.025$ eV à la température ambiante ($T \approx 300$ K), l'électron ne peut pas escalader la bande interdite de Fermi pour passer de *bv* en *bc*. Ainsi, il n'existe pas de niveaux partiellement occupés et, donc, il n'existe pas d'électrons de conduction. L'intervalle $\delta_F \approx 4kT \approx 0.1$ eV à $T = 300$ K est, évidemment, vide, car il est complètement inclus dans la bande interdite de Fermi.

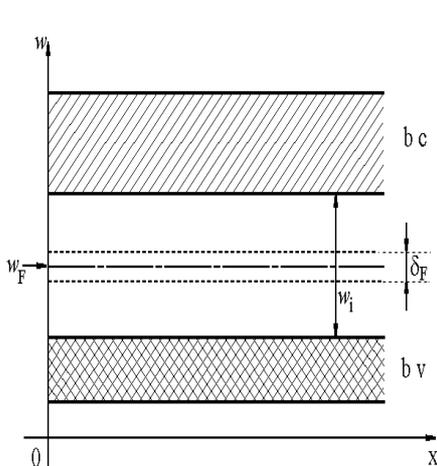


Figure 2.11: Structure des bandes d'énergie d'un isolant.

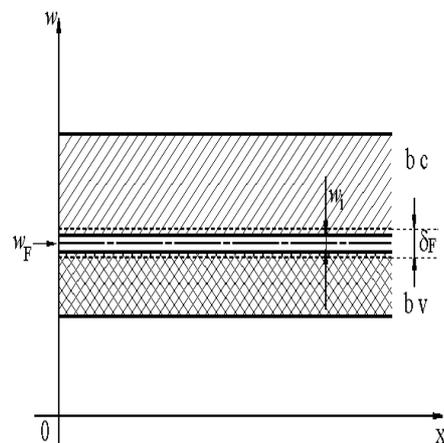


Figure 2.12: Structure des bandes d'énergie d'un semiconducteur intrinsèque.

Les *semiconducteurs* ont la même structure de bandes que les isolateurs, mais la valeur de w_i est beaucoup plus petite. Il y a deux types de semiconducteurs : *intrinsèques* et *extrinsèques*.

Les semiconducteurs intrinsèques sont des matériaux purs et ils ont $w_i \approx 10^{-2}$ eV (figure 2.12). Ainsi, un nombre assez important d'électrons peuvent assurer un courant électrique non-négligeable dans le corps. Dans ce cas, δ_F (qui contient électrons) couvre aussi une portion de bc qu'une portion de bv

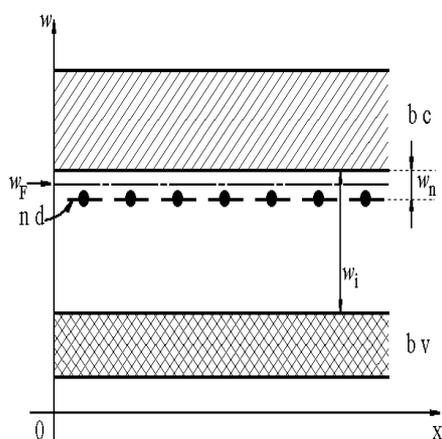


Figure 2.13: Structure des bandes d'énergie d'un semiconducteur extrinsèque de type n .

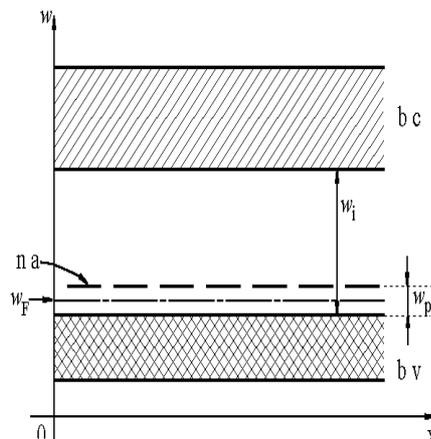


Figure 2.14: Structure des bandes d'énergie d'un semiconducteur extrinsèque de type p .

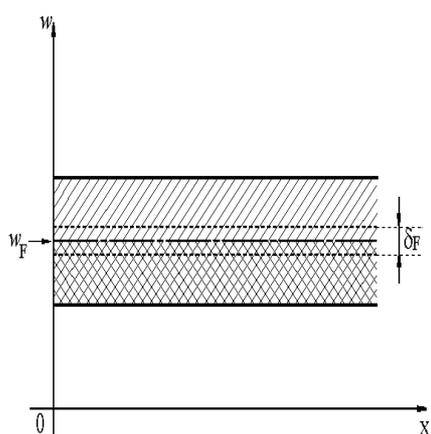


Figure 2.15: Structure des bandes d'énergie d'un métal monovalent.

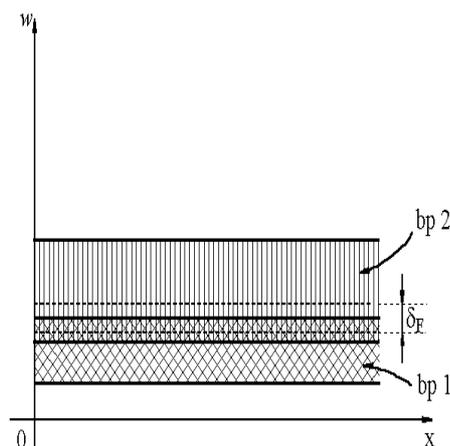


Figure 2.16: Structure des bandes d'énergie d'un métal bivalent.

Les semiconducteurs extrinsèques s'obtiennent par dopage, c'est-à-dire par l'adjonction

d'une très petite quantité d'atomes étrangers dans un semiconducteur pur, qui a w_i relativement grande (par exemple $w_i \approx 1.1$ eV pour Si, et $w_i \approx 0.7$ eV pour Ge). Comme w_i est plus grande qu'aux semiconducteurs intrinsèques, les électrons escaladent avec difficulté la bande interdite de Fermi bi . Dans ce cas la présence des impuretés détermine l'apparition dans bi des niveaux additionnels (figure 2.13) de type donneur (nd), tout près de bc ($w_n \approx 10^{-2}$ eV), ou de type accepteur (na), tout près de bv ($w_p \approx 10^{-2}$ eV), qui peuvent aisément fournir des porteurs de charge pour la conduction électrique.

Les principaux conducteurs sont les métaux monovalents, où w_F passe au milieu d'une bande permise (bp). A la température ambiante les électrons placés juste au-dessous de w_F sautent sur les niveaux situés juste au-dessus de w_F et participent à la conduction électrique.

Dans le cas des *métaux bivalentes*, la bande de conduction ($bp1$) est totalement remplie et la première bande permise ($bp2$) qui se trouve au dessus de $bp1$ est complètement vide. C'est la même structure qu'aux isolants mais, à cause des distances petites entre les particules constitutives, $bp1$ et $bp2$ se chevauchent. Ainsi, les électrons de $bp1$ passent aisément en $bp2$ et, donc, il existe des électrons de conduction.

2.4.3 Concentration des électrons dans une bande permise

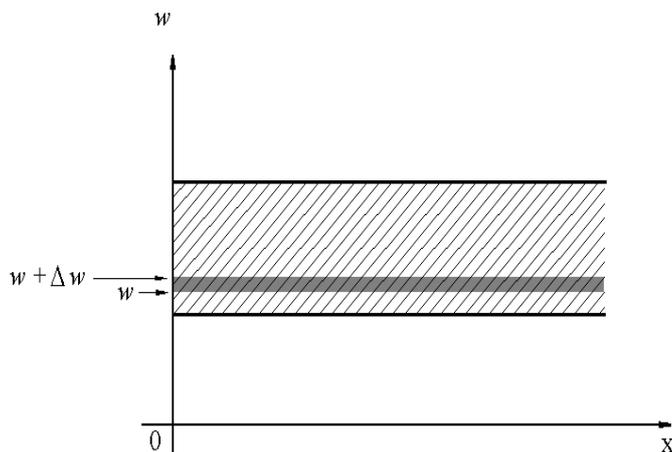


Figure 2.17: Bande permise d'un cristal.

On considère une bande permise quelconque du cristal (figure 2.17). Dans cette bande, soit w un niveau arbitraire, $w + dw$ un niveau tout près de w et dN_0 la concentration des électrons placés dans l'intervalle dw . On désigne par dN_{niv} la concentration de niveaux orbitaux d'énergie dans dw . On définit la *densité d'états orbitaux* $g(w)$ comme

le nombre des états orbitaux dans l'unité de volume et dans l'unité d'énergie :

$$g(w) = \frac{dN_{niv}}{dw}. \quad (2.31)$$

Alors on a

$$dN_{niv} = g(w)dw. \quad (2.32)$$

Dans la physique quantique on démontre que $g(w)$ se calcule par la relation

$$g(w) = \frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{4\pi^2\hbar^3} w^{\frac{1}{2}}. \quad (2.33)$$

Il résulte pour dN_0 la relation :

$$dN_0 = dN_{niv}2\varphi(w) = g(w)2\varphi(w)dw = \frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2\hbar^3} w^{\frac{1}{2}}\varphi(w)dw. \quad (2.34)$$

et pour la concentration N_0

$$N_0 = \int_0^\infty dN_0.$$

En considérant que le cristal est un métal monovalent qui se trouve à $T = 0$ K, on obtient

$$N_0 = \frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{3\pi^2\hbar^3} w_F(0)^{\frac{3}{2}}. \quad (2.35)$$

où $w_F(0)$ représente la valeur de w_F pour $T = 0$ K. De 2.35 il résulte pour $w_F(0)$ la relation :

$$w_F(0) = \frac{\hbar^2}{2m_0^*} (3\pi^2 N_0)^{\frac{2}{3}}. \quad (2.36)$$

On démontre que la valeur de w_F à une température $T > 0$ K est

$$w_F(T) = w_F(0) \left[1 - \frac{\pi}{12} \left(\frac{kT}{w_F(0)} \right)^2 \right]$$

.

■ **Remarque :** Pour les valeurs usuelles de la température (auxquelles les corps sont dans l'état cristallin) on peut considérer $w_F(T) \approx w_F(0)$. ■

Deuxième partie

Conduction électrique des matériaux

Chapitre 3

Conduction électrique des métaux

Du point de vue microscopique, le courant électrique qui passe à travers d'un corps consiste en le déplacement ordonné des porteurs de charge par rapport au corps.

La *densité microscopique* du courant électrique \mathbf{j}_m déterminé de la convection de ces porteur est

$$\mathbf{j}_m = \rho_m \mathbf{v}_m, \quad (3.1)$$

où \mathbf{v}_m est la vitesse microscopique des porteurs par rapport à un référentiel inertiel et ρ_m est la densité volumique de la charge électrique des porteurs. La densité de charge ρ_m a l'expression

$$\rho_m = N q_m,$$

où N est la concentration volumique des porteurs et q_m est la charge d'un porteur.

Ainsi, la relation (3.1) s'écrit

$$\mathbf{j}_m = N q_m \mathbf{v}_m.$$

La *densité macroscopique* du courant électrique \mathbf{J} s'obtient en faisant la moyenne des densités microscopiques, dans laquelle les vitesses des particules doivent être considérées par rapport au corps :

$$\mathbf{J} = \rho_m \widetilde{\mathbf{v}}_{mc} = N q_m \widetilde{\mathbf{v}}_{mc}, \quad (3.2)$$

où \mathbf{v}_{mc} est la vitesse microscopique locale du porteur par rapport au corps.

Si les porteurs de charge sont les électrons alors \mathbf{v}_{mc} est la vitesse de l'électron \mathbf{v} , avec ses composantes \mathbf{v}_T et \mathbf{v}_D définies dans le chapitre précédent (le paragraphe 2.1.2). La

vitesse moyenne est $\tilde{\mathbf{v}} \approx \mathbf{v}_D$, car $\tilde{\mathbf{v}}_T$ est nulle à cause du caractère chaotique de l'agitation thermique. Dans ce cas, la relation (3.2) devient

$$\mathbf{J} = Nq_m \mathbf{v}_D = Nq_m \mathcal{M} \mathbf{E}, \quad (3.3)$$

où \mathcal{M} est la mobilité des électrons, définie par (2.2), et \mathbf{E} est l'intensité du champ électrique.

Au niveau macroscopique \mathbf{J} est donné par la loi de la conduction électrique, qui pour les corps linéaires, omogènes, isotropes et sans un champ électrique imprimé, a l'expression

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (3.4)$$

ou $\sigma > 0$ est la *conductivité électrique* du matériau.

De l'égalité des relations (3.2) et (3.4) il résulte

$$\sigma = Nq_m \mathcal{M}. \quad (3.5)$$

3.1 Conductivité électrique des métaux dans l'approximation des électrons quasilibres

La conduction électrique des métaux est une *conduction en bandes d'énergie*, c'est à dire tout au long du déplacement sous l'action du champ électrique, les électrons ne quittent pas la bande d'énergie dans laquelle ils se trouvent.

■ **Remarque :** Puisque dans le cas des semiconducteurs et des isolants il existe aussi une conduction en bandes d'énergie, la composante de la conductivité due à ce type de conduction peut être calculée avec des relations similaires aux celles déduites dans cette section dans le cas des métaux. ■

On suppose que pendant le déplacement dans le cristal, les électrons quasilibres peuvent souffrir des chocs uniquement avec les impuretés, les imperfections du réseau ou avec les phonons¹.

Pour déterminer la relation de calcul de la conductivité des métaux, on considère le modèle de l'électron quasilibre. On a vu que dans le cadre de cette approximation

¹L'énergie de vibration du réseau cristallin est quantifiée et le quantum de cette énergie s'appelle *phonon*. On dit que les ondes élastiques dans les cristaux sont constituées des phonons et que les vibrations thermiques dans les cristaux sont phonons thermiquement excités.

l'énergie des électrons quasilibres est groupée en bandes permises d'énergie et qu'elle prend des valeurs discrètes à l'intérieur de ces bandes.

Soit la bande de conduction d'un métal monovalent, au milieu de laquelle passe le niveau de Fermi w_F . Cette bande résulte du fendage du niveau de valence de l'atome isolé en N sous-niveaux, où N est le nombre des atomes du cristal. Dans cette bande on considère un niveau w et un autre niveau $w + dw$, tout près de w (figure 3.1).

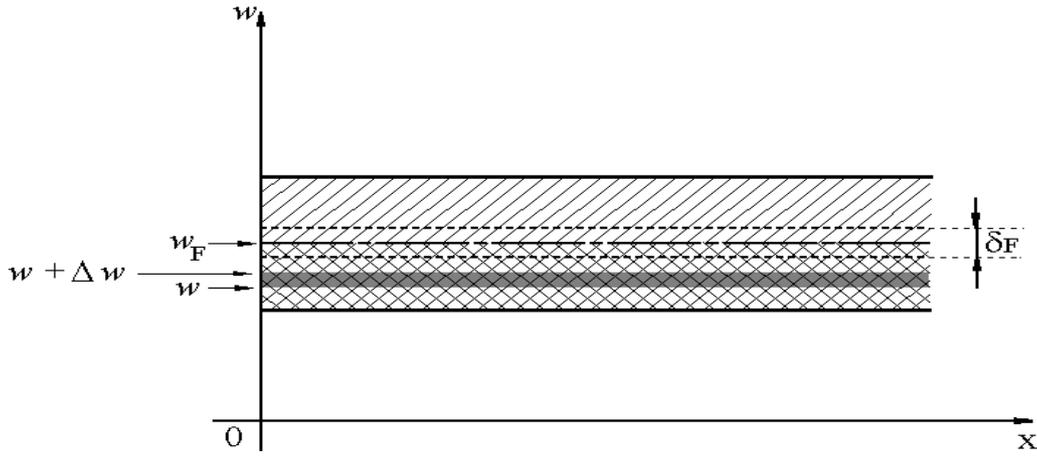


Figure 3.1: Bande de conduction d'un métal monovalent.

La concentration des électrons dont l'énergie se trouve à l'intérieur de l'intervalle dw est donnée par la relation (2.34) :

$$dN_0 = \frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2\hbar^3} w^{\frac{1}{2}} \varphi(w) dw, \quad (3.6)$$

où

$$\varphi(w) = \varphi_0(w) + \tau q_0 \mathbf{E} \mathbf{v} \frac{\partial \varphi_0(w)}{\partial w}. \quad (3.7)$$

L'énergie cinétique des électrons qui se trouvent dans la bande de conduction peut être exprimée par la relation

$$w = \frac{m_0^* v^2}{2} = \frac{m_0^*}{2} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2). \quad (3.8)$$

La vitesse v est pratiquement égale à la vitesse d'agitation thermique et, comme le mouvement de l'agitation thermique est chaotique, on peut écrire : $v_x = v_y = v_z$. Ainsi, on a

$$w = \frac{3}{2} m_0^* v_x^2. \quad (3.9)$$

On suppose que de l'extérieur on applique le champ électrique $\mathbf{E} = E_x \mathbf{i}$ orienté dans le sens de l'axe Ox. Soit dN_0 le nombre d'électrons de l'unité de volume qui ont la vitesse comprise entre v_x et $v_x + dv_x$. En admettant que ces électrons ont pratiquement la même vitesse et la même énergie, la composante sur la direction Ox de la densité élémentaire du courant correspondant au dN_0 électrons à l'expression

$$dJ_x = dN_0(-q_0)v_x. \quad (3.10)$$

En tenant compte de la relation (3.6), il résulte

$$dJ_x = -\frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2\hbar^3} w^{\frac{1}{2}} \varphi(w) q_0 v_x dw \quad (3.11)$$

En intégrant l'expression (3.11) pour toutes les valeurs possibles de la vitesse et, en tenant compte de la relation (3.7), on obtient

$$\begin{aligned} J_x &= \int_{v_x=-\infty}^{v_x=+\infty} dJ_x = \\ &= -q_0 \frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2\hbar^3} \left[\int_{v_x=-\infty}^{v_x=+\infty} w^{\frac{1}{2}} v_x^2 \varphi_0(w) dw + \right. \\ &\quad \left. + \tau \int_{v_x=-\infty}^{v_x=+\infty} w^{\frac{1}{2}} v_x \varphi_0 q_0 E_x \int_{v_x=-\infty}^{v_x=+\infty} w^{\frac{1}{2}} v_x^2 \frac{\partial \varphi_0(w)}{\partial w} dw \right]. \end{aligned} \quad (3.12)$$

On note :

$$I_1 = \int_{v_x=-\infty}^{v_x=+\infty} w^{\frac{1}{2}} v_x \varphi_0(w) dw, \quad (3.13)$$

$$I_2 = \int_{v_x=-\infty}^{v_x=+\infty} w^{\frac{1}{2}} v_x^2 \frac{\partial \varphi_0(w)}{\partial w} dw. \quad (3.14)$$

L'intégrale $I_1 = 0$ parce que l'intégrand est une fonction impaire par rapport à v_x ($\varphi_0(w) > 0$ c'est une fonction paire par rapport à v_x et $w^{\frac{1}{2}} > 0$).

Aux températures usuelles, l'intervalle de Fermi δ_F , où se trouvent les électrons qui peuvent être affectés par l'action d'un champ extérieur, est très étroit (figure 2.10), et il en résulte que dans cet intervalle la fonction $\frac{\partial \varphi_0}{\partial w}$ est très aigüe et prend des valeurs négatives. Par conséquent on peut faire les approximations

$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial w} \approx -\delta(w - w_F). \quad (3.15)$$

Il résulte que $\frac{\partial \varphi_0(w)}{\partial w} \neq 0$ pratiquement seulement pour $w = w_F$ et, donc, dans I_2 on peut considérer $w = w_F$ et $v_x = v_{xF} = \sqrt{\frac{2w_F}{3m_0^*}}$. En tenant compte aussi de la relation

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0) \quad (3.16)$$

on obtient

$$I_2 = - \int_{v_x=-\infty}^{v_x=\infty} w^{\frac{1}{2}} v_x^2 \delta(w - w_F) dw = -w_F^{\frac{1}{2}} v_{xF}^2. \quad (3.17)$$

En revenant à (3.12) on obtient pour J_x l'expression

$$J_x = -q_0 \frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2 \hbar^3} \tau q_0 E_x \left(-w_F^{\frac{1}{2}} \frac{2w_F}{3m_0^*} \right) = \frac{q_0^2 \tau (2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{3\pi^2 \hbar^3} E_x \frac{w_F^{\frac{3}{2}}}{m_0^*}. \quad (3.18)$$

En considérant $w_F = w_F(0)$ et en utilisant la relation 2.36 on obtient

$$w_F = \frac{\hbar^2}{2m_0^*} (3\pi^2 N_0)^{\frac{2}{3}} \quad (3.19)$$

et

$$J_x = \frac{q_0^2 \tau (2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{3\pi^2 \hbar^3} \frac{E_x}{m_0^*} \frac{\hbar^3}{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}} 3\pi^2 N_0 = \frac{N_0 q_0^2 \tau}{m_0^*} E_x. \quad (3.20)$$

Dans le cas d'un cristal isotrope $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma$, et la loi de la conduction électrique s'écrit

$$J_x = \sigma_x E_x = \sigma E_x. \quad (3.21)$$

De (3.20) et (3.21) il resulte

$$\sigma = \frac{N_0 q_0^2 \tau}{m_0^*}. \quad (3.22)$$

Soit \tilde{l} le chemin libre moyen et v la vitesse de l'électron ($v = v_T = v_F$, où v_F est la vitesse de Fermi). La relation (3.22) devient

$$\sigma = \frac{N_0 q_0^2 \tilde{l}}{m_0^* v_F}. \quad (3.23)$$

On sait que la relation entre la résistivité ρ et la conductivité σ est $\rho = 1/\sigma$. Ainsi, il resulte pour la résistivité des métaux les relations

$$\rho = \frac{m_0^*}{N_0 q_0^2 \tau} \quad \text{ou} \quad \rho = \frac{m_0^* v_F}{N_0 q_0^2 \tilde{l}}.$$

■ **Remarques :**

1. La conductivité σ déterminée dans ce paragraphe pour les métaux correspond à une conduction en bandes d'énergie et, par conséquent, la relation (3.23) peut être utilisée aussi dans le cas des semiconducteurs et des isolants pour le calcul de la conductivité due à la conduction en bandes ;
2. Une remarque très importante qu'on peut faire en regardant les valeurs du tableau 3.1 est que le chemin libre moyen \tilde{l} est nettement supérieur à la constante du réseau a . La raison de cette différence est présentée dans le paragraphe suivant.
3. Puisque pour les métaux $\sigma = N_0 q_0 \mathcal{M} = \frac{N_0 q_0^2 \tau}{m_0^*}$, il résulte pour le calcul de la mobilité \mathcal{M} , la relation $\mathcal{M} = \frac{q_0 \tau}{m_0^*}$. Avec cette relation et les valeurs présentées dans le tableau 3.1 on obtient pour les métaux $\mathcal{M} = 10^{-2} \div 10^{-3} \text{ m}^2/(\text{Vs})$.

■

Tableau 3.1: Propriétés de quelques métaux usuels.

Métal	Na	K	Cu	Ag	Al
σ [MS/m]	23	19	64	68	36
\tilde{l} [Å]	350	370	420	570	147
$N_0 10^{-28}$ [m ⁻³]	2,5	1,3	8,5	5,8	18,06
$\tau 10^{14}$ [s]	3,1	4,4	2,7	4,1	0,73
$w_F(0)$ [eV]	3,12	2,14	7,014	5,48	12,01
v_F [Mm/s]	1,65	0,87	1,58	1,4	2,02
a [Å]			3.61	4.09	2.88

3.2 Relation entre le chemin libre moyen et la constante du réseau

Dans le tableau 3.1 on voit que le chemin libre moyen \tilde{l} est nettement supérieure à la constante du réseau a ($\tilde{l} \gg a$). Ce fait ne peut pas être expliqué dans la physique classique ou $\tilde{l} \approx a$.

Dans la physique (même dans celle classique) on considère que l'agitation thermique des particules dans les réseaux cristallins est due à la superposition des ondes élastiques de fréquences différentes, ondes qui se propagent dans le cristal dans toutes les directions.

Les ondes qui s'amorcent dans le cristal sont nombreuses et, par conséquent, leur superposition imprime aux particules un mouvement très compliqué de l'agitation thermique. On dit que le mouvement ondulatoire d'un ion dû à l'agitation thermique se transmet dans le cristal par des *ondes thermiques*. Les ondes thermiques qui se propagent dans le cristal peuvent être, d'une part longitudinales ou transversales, d'autre part acoustiques (de fréquences basses et qui s'amorcent à basses températures) ou optiques (de fréquences élevées et qui s'amorcent à températures élevées).

En ce concerne la conductivité, ce sont seulement les ondes longitudinales et de fréquences acoustiques qui nous intéressent, car aux températures usuelles d'utilisation des équipements électriques et des dispositifs électroniques, les ondes acoustiques sont les seules amorcées. De ces ondes, seules les ondes dont les fréquences font que les ondes réfléchies (sur la surface du cristal, par exemple) soient en phase avec les ondes incidentes peuvent se maintenir longtemps. Ces ondes (appelées stationnaires) sont les seules qui déterminent l'agitation thermique dans le cristal et elles s'appellent *modes normaux de vibration*.

■ **Remarque :** Les ondes acoustiques de basse fréquence ont la longueur d'onde λ grande. Il résulte que $\lambda \gg a$, où a est la constante du réseau. ■

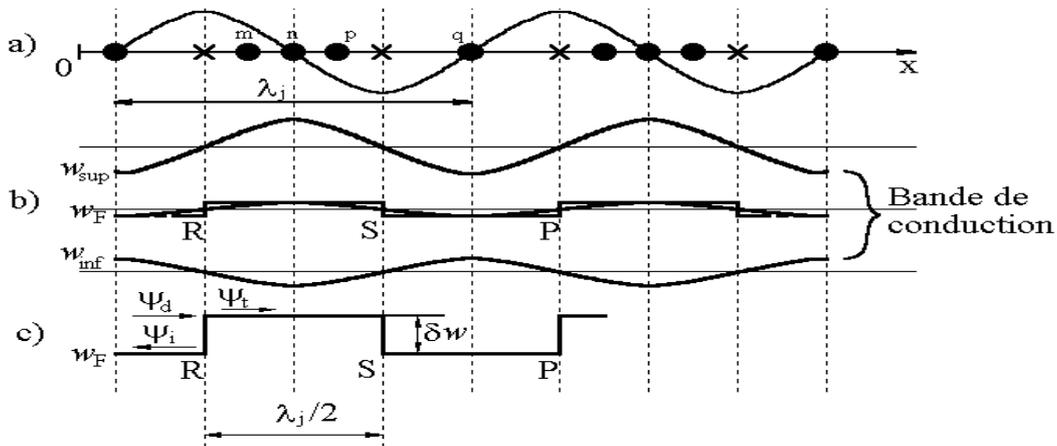


Figure 3.2: Onde acoustique modifiant la bande de conduction d'un métal monovalent.

On considère un métal monovalent dans lequel on suppose qu'il se propage un seul mode normal de vibration, de fréquence f_j et la longueur d'onde λ_j . Dans la figure 3.2-a on a considéré l'onde avec λ_j qui se propage au long de l'axe Ox (qui est parallèle à une ligne réticulaire). On note par x les positions des noeuds du réseau idéal (en l'absence de l'agitation thermique) et par • les positions des particules déplacées par l'onde thermique. On considère comme sens positif pour la propagation de l'onde le sens positif de l'axe

Ox.

La conséquence de la propagation de l'onde est l'apparition des régions dans lesquelles le cristal est comprimé (particules plus agglomérées - voire les repères m, n, p dans la figure 3.2-b) et des régions dans lesquelles le cristal est dilaté (particules plus distantes - voir le repère q dans la figure 3.2 - c).

■ **Remarque :** Puisque $\lambda_j \gg a$, les régions comprimées et les régions dilatées contiennent beaucoup d'atomes. ■

Dans la figure 3.2-b on a dessiné par lignes droites la bande de conduction sans vibrations thermiques. Le niveau de Fermi w_F se trouve au milieu de la bande de conduction (métal monovalent). Comme la bande permise s'élargit quand la distance entre les particules diminue et se rétrécit quand la distance entre les particules augmente, l'apparition des régions comprimées et dilatées détermine l'ondulation des niveaux w_{sup} et w_{inf} (figure 3.2-b).

Les électrons qui se trouvent sur w_{inf} ont l'énergie plus petite, et ils sont donc plus stables, moins influencés par les forces externes par rapport aux électrons qui se trouvent sur w_{sup} , ce qui fait que la déformation de w_{inf} soit plus faible que celle de w_{sup} . Par conséquent w_F souffre aussi des ondulations afin de rester toujours au milieu de la bande de conduction. On peut simplifier la déformation de w_F en la considérant en échelons, supposant que aussi dans les régions dilatées que dans celles comprimées, le cristal est idéal et donc les particules (nombreuses dans chaque région) sont équidistantes.

Au passage d'une région comprimée à une région dilatée, où d'une région dilatée à une région comprimée (les points R, S, P) l'électron de conduction, dont l'énergie est w_F présente des variations de l'énergie de quantité $\Delta w'$ (figure 3.2 - c), tandis que au long des régions comprimées (entre R et S), ou dilatées (entre S et P), l'électron ne présente aucune variation de l'énergie. On se rappelle que au déplacement de l'électron en sens classique, il correspond la propagation de l'onde ψ . Soit un électron qui se déplace de R vers S. Au long de RS l'énergie de l'électron ne se modifie pas et l'onde ψ se propage non perturbée. Quand l'électron arrive en S, ψ_d souffre une réflexion et une réfraction à cause de la brusque variation de l'énergie, en résultant une onde réfléchie ψ_i (onde inverse) et une onde réfractée ψ_t (onde transmise). À ψ_i correspond un mouvement de l'électron dans le sens opposé au mouvement antérieur, c'est-à-dire un choc du point de vue classique. À ψ_t correspond un mouvement de l'électron au delà de S, dans le sens de Ox. Par la suite, l'onde se propage non perturbée jusqu'à dans le point P, où, à cause d'une nouvelle variation brusque de w_F , elle souffre aussi une réflexion et une réfraction, c'est-à-dire un nouveau choc de l'électron avec le réseau.

Puisque le chemin libre moyen \tilde{l}_j est approximativement égal à la distance $SP = \lambda_j/2$, il résulte que $\tilde{l}_j \gg a$, c'est-à-dire entre deux chocs consécutifs (l'un en S, l'autre en P) l'électron passe parmi un grand nombre de particules sans les tamponner. Par suite, il est évident que lorsque on va considérer tous les modes normaux de vibration, \tilde{l} correspondant sera nettement supérieur à la constante du réseau a .

Conclusion : Les électrons subissent des chocs uniquement dans les points situés à une distance $\tilde{l} = \lambda/2 \gg a$ où, à cause de la variation de la distance entre les particules due à la propagation de l'onde thermique, w_F se modifie brusquement.

3.3 Dépendance de la conductivité des métaux de la température

D'abord, on analyse intuitivement la variation de la conductivité σ avec la température T . Pour cela, dans la relation (3.22) on observe quels sont les facteurs qui varient avec la température et dans quel sens est cette variation. Ainsi, q_0 est constant et m_0^* ne dépend pas de T . En ce qui concerne N_0 , il diminue un peu à l'augmentation de T , car le nombre d'électrons de conduction reste pratiquement constant tandis que le volume du corps augmente (le corps se dilate). Mais, aux températures usuelles la dilatation du corps et, respectivement, la diminution de N_0 sont très faibles et on peut les négliger. Par l'intensification de l'agitation thermique le nombre de chocs dans l'unité de temps augmente et le temps de relaxation τ (qui est approximativement égal au temps moyen de collision τ_C), diminue avec la température T . Finalement, il résulte que σ diminue avec la température.

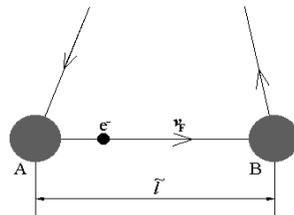


Figure 3.3: Électron entre deux chocs successifs avec les particules du réseau.

Intuitivement on a vu que, pour les métaux, la conductivité σ diminue quand la température T augmente. Dans ce paragraphe on présente la relation qui existe entre σ et T . Entre deux chocs successifs avec les particules A et B (figure 3.3), l'électron

parcourt, en moyenne, la distance \tilde{l} dans l'intervalle de temps τ . Si l'électron (qui a la vitesse v_F) arrive à l'équilibre thermodynamique avec le réseau, il résulte que l'énergie Δw gagnée par l'électron sur la distance \tilde{l} doit être égale à l'énergie cinétique moyenne de l'agitation thermique de la particule tamponnée. Au moment dans lequel l'électron subit un choc avec une particule, l'électron lui cède toute l'énergie accumulée sur la distance \tilde{l} (c'est-à-dire dans le temps τ). Cette énergie obtenue par la particule B entretient l'agitation thermique de la particule et, en conséquence, Δw doit être égale à l'énergie de l'agitation thermique de la particule. Autrement, l'électron resterait avec des restes d'énergie et donc, l'énergie de l'électron augmenterait beaucoup et il n'existerait pas l'équilibre thermodynamique. En considérant que la particule a trois degrés de liberté, l'énergie d'agitation thermique d'une particule est $\frac{3}{2}kT$ (c'est-à-dire $\frac{1}{2}kT$ pour chaque degré de liberté) et on peut écrire

$$\Delta w = \frac{3}{2}kT. \quad (3.24)$$

L'énergie Δw est accumulée dans l'intervalle $\Delta t = \tau$. En conformité avec le principe de Heisenberg, il résulte que entre Δw et Δt il existe la relation

$$\Delta w \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (3.25)$$

Ensuite, il résulte que

$$\frac{3}{2}kT\tau \geq \frac{\hbar}{2},$$

et après

$$\tau = \frac{\hbar}{3kT}. \quad (3.26)$$

Avec (3.26) l'expression de la conductivité σ devient

$$\sigma = \frac{N_0 q_0^2 \tau}{m_0^*} = \frac{N_0 q_0^2 \hbar}{3k m_0^* T}, \quad (3.27)$$

qui peut être écrite

$$\sigma = \frac{\text{const}}{T}. \quad (3.28)$$

Lorsque on a déduit la relation (3.26) on a supposé que les particules des noeuds possèdent trois degrés de liberté, en négligeant les interactions entre les particules, ce qui est possible seulement aux températures usuelles (celles des machines électriques, des dispositifs électroniques, etc). Aux températures plus basses, en dessous d'une température appelé température Debye (T_D), on ne peut plus considérer cette supposition parce que

les liaisons entre les particules sont fortes. Ainsi, sous T_D , la relation (3.28) n'est plus valable et elle est remplacée par la relation empirique

$$\sigma \approx \frac{\text{const}'}{T^5}. \quad (3.29)$$

Dans le tableau 3.2 on présente les valeurs de T_D pour quelque métaux couramment utilisés en électrotechnique.

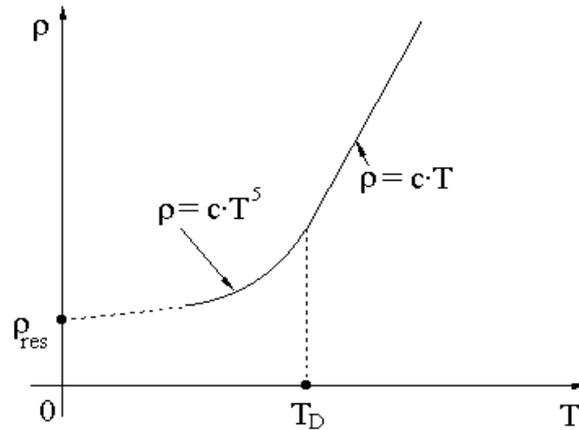


Figure 3.4: Variation de la resistivité des métaux avec la température.

Tableau 3.2: Valeurs de la température Debye.

Element	Cu	Ag	Au	Pt	Al
T_D [K]	320	214	160	240	428

Si on exprime la resistivité $\rho = 1/\sigma$ en fonction de la température, on a

$$\rho = \begin{cases} c_1 T^5, & T \leq T_D \\ c_2 T, & T > T_D. \end{cases}, \quad (3.30)$$

où c_1 et c_2 sont constantes (voir aussi la figure 3.4).

En pratique, pour les températures usuelles on utilise, pour le calcul de la résistivité, la relation

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha_\rho (T - T_0)], \quad (3.31)$$

où α_ρ est le coefficient de température de la résistivité, et ρ_0 est la valeur de la résistivité à T_0 (choisi comme référence). D'habitude $T_0 = 293,15$ K.

■ **Remarque :** Le coefficient α_ρ dépend de la température T . ■

3.4 Variation de la conductivité des métaux en fonction du contenu d'impuretés, de l'état d'agregation et des traitements thermiques et mécaniques

Les électrons subissent des dispersions (des chocs en sens classique) sur les défauts du réseau cristallin. Ces défauts peuvent être décelés en suivant les points où la fonction d'onde ψ associée à l'électron subit des réflexions (et des réfractions). Comme on a vu, un type de défaut est dû à l'agitation thermique. D'autres défauts sont l'existence des impuretés et les déformations mécaniques du cristal. Chaque défaut détermine un mécanisme propre de dispersion des électrons. Si le cristal présente n types de défauts il existe n mécanismes de dispersion et donc n temps de relaxation τ_i , $i = 1, n$. Si on considère seulement les trois types de défauts présentés auparavant, les temps de relaxation correspondants sont τ_T , τ_{imp} , τ_{mec} , et l'expression de la résistivité devient

$$\rho = \frac{m_0^*}{N_0 q_0^2} \left(\frac{1}{\tau_T} + \frac{1}{\tau_{imp}} + \frac{1}{\tau_{mec}} \right) = \rho_T + \rho_{imp} + \rho_{mec}. \quad (3.32)$$

D'habitude, la somme $\rho_{imp} + \rho_{mec}$ s'appelle *résistivité résiduelle* ρ_{res} :

$$\rho_{imp} + \rho_{mec} = \rho_{res}.$$

Alors, l'expression (3.32) s'écrit

$$\rho = \rho_T + \rho_{res}, \quad (3.33)$$

qui est connue comme l'expression de Mathiessen.

■ **Remarque :** On considère que les temps de relaxation τ_{imp} et τ_{mec} ne dépendent pas de la température T et toute dépendance avec la température se retrouve en τ_T , fait confirmé par l'expérience pour une faible concentration des défauts et une température qui n'est pas trop élevée. ■

3.4.1 Variation de la conductivité en fonction du contenu d'impuretés

La présence des impuretés dans le réseau cristallin détermine la modification des distances entre les particules constitutives du réseau (figure 3.5). Ainsi, dans le point où se trouve l'impureté I_1 (de diamètre supérieur au diamètre de l'atome de base) la bande

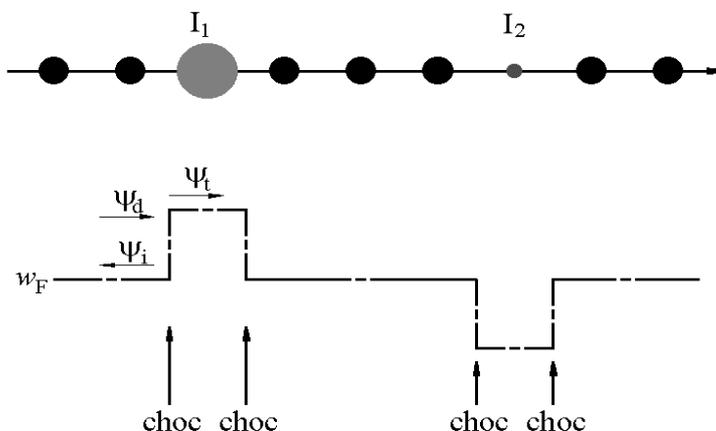


Figure 3.5: Impuretés dans un métal et les perturbations qu'ils produisent.

de conduction s'élarge et le niveau w_F augmente. La fonction d'onde ψ associée à un électron de conduction, saisit l'augmentation de l'énergie w_F , et dans ce point il a lieu une perturbation de l'onde et il resulte une onde réfléctée (ψ_i) et une one refractée (ψ_t). Les réflexions représentent des dispersions des électrons (des chocs en sens classique). S'il y a un noeud dans lequel il se trouve une impureté I_2 (de diamètre inferieur au diametre de la particule de base), dans ce point la bande de conduction se rétrécit, l'énergie de Fermi w_F a aussi une variation (une diminution) et donc ψ souffre aussi une perturbation (une réflexion et une réfraction), c'est-à-dire il se produit un autre choc de l'électron.

Conclusion : Les impuretés déterminent un freinage du déplacement des électrons de conduction et, donc, une diminution de la conductivité des métaux quel que soit leur diamètre (supérieur ou inférieur au diamètre de la particule de base).

On démontre que la composante de la résistivité due à la presence des impuretés ρ_{imp} a l'expression

$$\rho_{imp} = \frac{\pi m_o^* v_{Fr_i}^2 N_i}{q_0^2 N_0}. \quad (3.34)$$

où r_i est le rayon de l'impureté i , N_0 est la concentration des électrons de la bande de conduction et N_i est la concentration des impuretés. On peut donc ecrire :

$$\rho_{imp} \approx \text{const} \cdot N_i. \quad (3.35)$$

Une catégorie apart d'impuretés est celle des impuretés introduites intentionnelle-ment dans les réseaux cristallins des métaux, ayant comme but l'obtention d'alliages avec résistivité et propriétés mécaniques supérieures.

Dans le cas des alliages binaires (seulement deux métaux), les métaux composants peuvent former pendant le processus de réalisation des alliages, des *solutions solides*, des *composés intermétalliques* et des *mélanges eutectiques*.

Les solutions solides s'obtiennent quand le métal d'impurété B est soluble dans le métal de base A (l'alliage qui résulte aura un seul type de cristaux) est elles peuvent être avec réseau de substitution ou avec réseau interstitiel. Dans le cas des réseaux de substitution, les métaux composants ont le même système cristallin et volumes proches l'un de l'autre (la différence entre les diamètres des atomes ne dépassent pas 15 %). Les métaux s'allient dans n'importe quelle proportion, dans les noeuds du réseau étant atomes des deux éléments (figure 3.6). Parmi les alliages de ce type on remarque Cu-Ni, Au-Ag, W-Mo, etc.

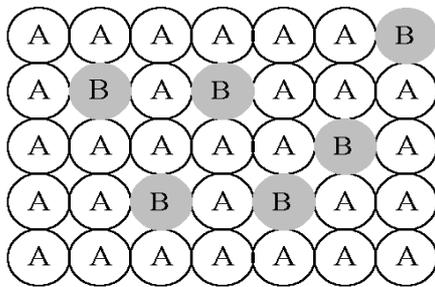


Figure 3.6: Solution solide avec réseau de substitution.

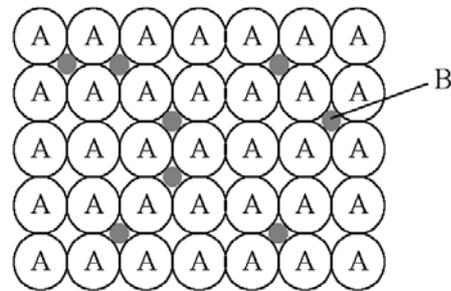


Figure 3.7: Solution solide avec réseau interstitiel.

Si la différence entre les diamètres atomiques des métaux qui s'allient dépasse 15 %, alors on obtient des solutions solides à réseau interstitiel (figure 3.7). Dans ce cas, les métaux ne s'allient que jusqu'à l'occupation de tous les interstices du réseau cristallin A par les ions de B (la solubilité est limitée). Ce type de solutions forment les métaux avec l'hydrogène (H), le charbon (C), l'azote (N), le bore (B), l'oxygène (O), etc.

La résistivité des solutions solides varie avec le contenu de element d'impurété, présentant un maximum quand les deux métaux sont dans la même proportion (figure 3.8).

Si les métaux s'allient seulement dans une proportion bien déterminée, on obtient des substances chimiques avec propriétés distinctes, appelées composés intermétalliques. Ces composés ont la conductivité électrique près de celle des métaux mais, du point de vue mécanique, ils présentent les caractéristiques des cristaux ioniques : plasticité réduite, dureté élevée, température de fusion élevée, etc. Quelques composés intermétalliques sont semiconducteurs (InSb, AlSb, etc.).

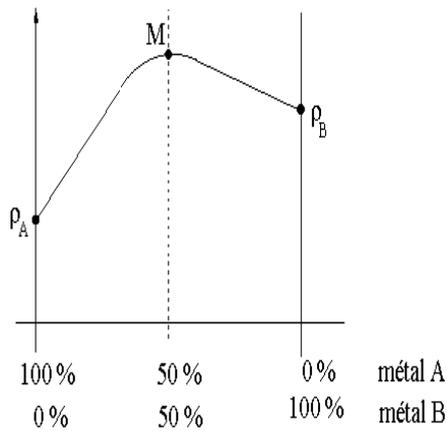


Figure 3.8: Variation de la résistivité pour les solution solides.

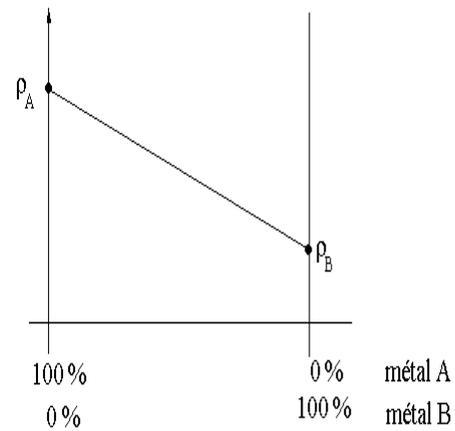


Figure 3.9: Variation de la résistivité pour les mélanges éutectiques.

Les mélanges eutectiques (mécaniques) s'obtiennent des métaux insolubles l'un dans l'autre (Pb dans Fe, W dans Cu, Pb dans Ag, etc) et ils présentent une structure de nature eutectique : grands cristaux d'une des composantes sont noyés dans un mélange de cristaux de très petites dimensions appartenant aux deux composantes (appelé eutectique). Les deux métaux se mélangent mécaniquement, les composantes gardant les caractéristiques propres. Par conséquent, la résistivité de ces alliages a une variation linéaire avec le contenu des composantes (figure 3.9).

Calitativement, l'influence des différentes impuretés sur la conductivité de *Cu* et de *Al* est présentée dans les figures 3.10 et 3.11.

3.4.2 Dépendance de la conductivité de l'état d'agregation

Au moment de la fusion d'un métal son réseau cristallin se détruit (il peut exister seulement ordre locale). Le nombre de défauts augmente considérablement et, par conséquent, la propagation des ondes associées aux électrons va souffrir un grand nombre de perturbations, ce qui va déterminer la diminution de la conductivité σ . Pourtant, il existe des métaux où on constate une augmentation de la conductivité pour températures supérieures à la température de fusion T_f , phénomène qui n'est pas encore très bien expliqué. Pour ces exceptions on suppose que par fusion les particules se réarrangent de façon que la densité du métal augmente. Il résulte qu'une onde acoustique avec la longueur d'onde λ_T va contenir plus d'atomes sur une distance λ_T , ainsi le chemin libre moyen \tilde{l} va augmenter et, en conséquence, la conductivité va augmenter aussi.

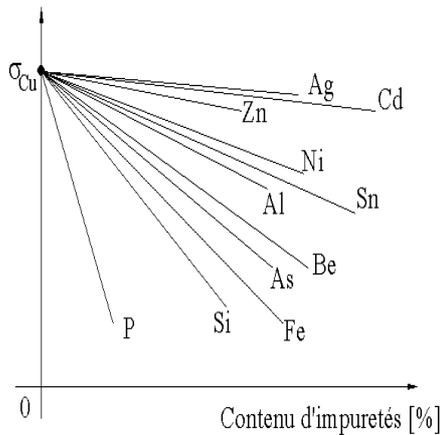


Figure 3.10: Influence des impuretés sur la conductivité de Cu .

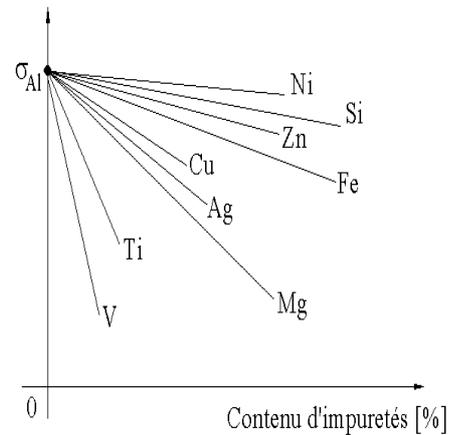


Figure 3.11: Influence des impuretés sur la conductivité de Al .

Tableau 3.3: Variation de la résistivité du métaux avec le changement de l'état d'agregation.

Métal	Ag	Cu	Al	Au	Bi	Sb	Ga
$\rho_{liquide}/\rho_{solide}$	2.1	2.04	2.21	2.29	0.45	0.62	0.58

Du tableau 3.3 on constate que pour les principaux métaux utilisés en électrotechnique, la fusion du métal détermine une augmentation d'environ deux fois de la résistivité tandis que pour les exceptions dont on a parlé auparavant la résistivité diminue toujours d'environ deux fois.

3.4.3 Dépendance de la conductivité des traitements thermiques et mécaniques

Au cours des usinages mécaniques des métaux (laminage, tréfilage) il a lieu une destruction d'un grand nombre de cristallites (figure 3.12), en résultant un *état dur* (fibreuse). Les propriétés mécaniques s'améliorent, mais la conductivité diminue de 3 à 6%.

Si on fait un traitement thermique de recristallisation (recuit), les cristallites deviennent plus grandes et plus rondes (figure 3.13) et le métal passe ainsi dans un *état doux*, où les propriétés mécaniques diminuent, mais la conductivité augmente de 3 à 6% (les ondes ψ associées aux électrons subissent moins de réflexions à cause du nombre réduit des surfaces de séparation des cristallites).

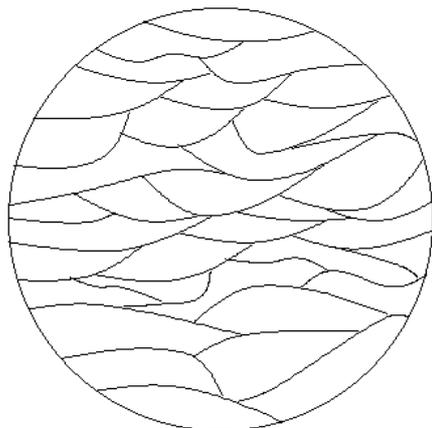


Figure 3.12: État dur.

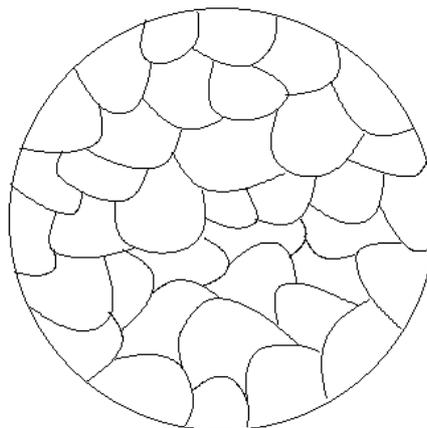


Figure 3.13: État doux.

3.5 Supraconductivité électrique

La supraconductivité est définie comme la propriété appartenant à certains matériaux de présenter une résistivité électrique nulle lorsque la température du matériaux est inférieure à une température critique T_c et le champ magnétique n'excède pas un champ magnétique critique H_c . De tels matériaux sont appelés supraconducteurs.

K. Onnes a découvert la supraconductivité en 1911, lors de ses travaux sur la liquéfaction de l'hélium. Ainsi il a constaté que à $T = 4,2$ K la résistivité de Hg s'est annulée. Plus tard, en 1957, Bardeen, Cooper et Schrieffer ont développé une théorie (appelée la théorie BCS) qui explique le phénomène de supraconductivité, et qui a apporté à ses auteurs le prix Nobel en 1972.

Comme on a vu, aux températures usuelles la résistivité a une variation linéaire avec la température, et sous la température Debye T_D il existe la relation $\rho = \text{const} \cdot T^5$. Cette dernière variation se maintient jusqu'à la température critique T_c , au voisinage de laquelle la résistivité des certains métaux décroît brusquement (dans un intervalle $\Delta T \approx 10^{-3}$ K) jusqu'à zéro (figure 3.14).

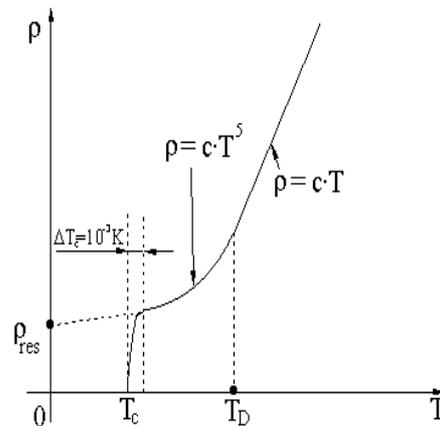


Figure 3.14: Variation de la résistivité en fonction de la température.

■ **Remarque :**

1. L'état supraconducteur peut être atteint seulement par les métaux purs. Si un métal contient des impuretés ou il a été soumis aux déformations mécaniques, la résistivité ne s'annule pas pour $T < T_C$ mais elle tend vers la résistivité résiduelle ρ_{res} (voir la relation de Mathiessen (3.33)).
2. Les plus dangereuses impuretés sont celles ferromagnétiques. Il semble que les ferromagnétiques ne peuvent pas devenir supraconducteurs.

■

3.5.1 Effets associés à la supraconductivité

Les principaux effets associés à la supraconductivité sont :

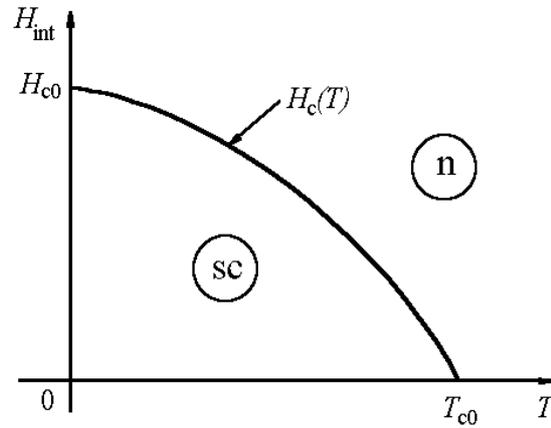
1. *Effet des champs magnétique intenses*

La température critique T_c et le champ critique H_c sont liés par la relation empirique

$$H_c(T) = H_{c_0} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{c_0}} \right)^2 \right]. \quad (3.36)$$

où H_{c_0} est la valeur maximale du champ magnétique critique (obtenue quand $T = 0$ K) et T_{c_0} est la valeur maximale de la température critique (obtenue quand $H = 0$).

La courbe $H_c(T)$ (figure 3.15) divise le quadrant H0T en deux zones : la zone *sc* dans laquelle le corps est supraconducteur et la zone *n* où le corps est dans l'état normal (non-supraconducteur).

Figure 3.15: Variation $H_c(T)$.

2. Effet Meissner

Un supraconducteur présente la propriété appelée l'effet Meissner qui consiste dans le fait que les lignes du champ magnétique sont expulsées de l'intérieur du supraconducteur. En fait, le champ magnétique pénètre le corps, mais sur une profondeur très petite nommée *profondeur de pénétration*.

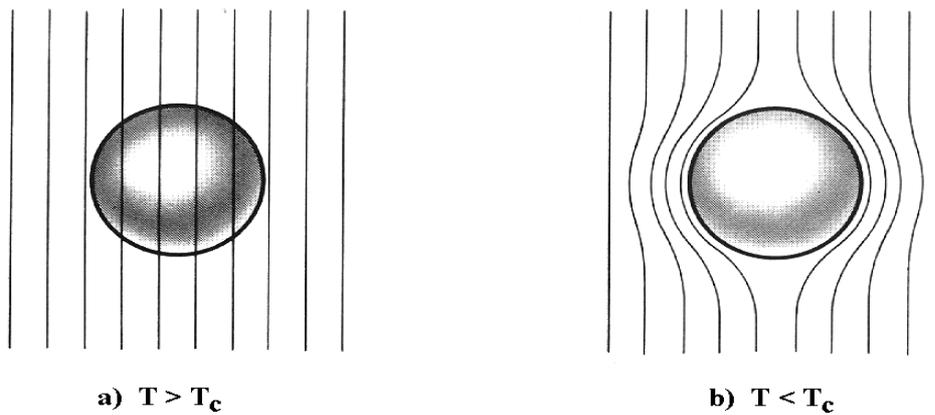


Figure 3.16: Expulsion des lignes du champ magnétique de l'intérieur d'un supraconducteur.

Dans la figure 3.16-a on a un conducteur normal dans un champ magnétique H_{ext} appliqué de l'extérieur. Le métal considéré est non-ferromagnétique et en conséquence, le champ le traverse sans aucune perturbation. On maintient le champ magnétique extérieur H_{ext} et on refroidit le métal jusqu'à ce qu'il devienne supra-

conducteur (figure 3.16-b). Dans ce cas, les lignes du champ ne pénètrent plus le métal, mais elles sont expulsées du corps. La raison de ce fait est celle que les courants Foucault ne rencontrent plus de résistance dans un supraconducteur, est ils compensent l'effet du champ extérieur en ramenant de ce fait l'induction magnétique à zéro.

3. Effet des hautes fréquences

Lorsque la fréquence des champs extérieurs augmente et dépasse la valeur de $10^{13} \div 10^{14}$ Hz, le supraconducteur qui se trouve à $T < T_c$ et $H < H_c$ devient conducteur normal, en perdant la supraconductivité.

4. Effet isotopique

Expérimentalement on a constaté que T_c varie avec la masse isotopique d'un métal. Par exemple, dans le cas de Hg, si la masse atomique relative M augmente de 199,5 à 203,4 alors T_c baisse de 4,185 K à 4,146 K. Pour exprimer cet effet on utilise souvent la relation empirique

$$M^\alpha T_c = \text{const}, \quad (3.37)$$

où α est une constante qui se détermine expérimentalement pour chaque matériaux. Il faut mentionner que cette relation n'est pas valable pour tous les supraconducteurs mais que, en général la température critique T_c diminue avec l'augmentation de la masse isotopique.

Cette dépendance est due à l'interaction entre les électrons et les phonons du réseau (les vibrations thermiques du réseau cristallin sont fortement liées aux masses des particules qui oscillent). Cet effet a constitué l'un des éléments de base pour la construction de la théorie BCS.

3.5.2 Théorie classique de la supraconductivité. Les équations de London

La théorie classique considère que les électrons de conduction d'un supraconducteur sont divisés en deux fractions : *électrons normaux* (n), qui subissent des chocs avec les particules du réseau au cours de leur déplacement à travers le cristal, comme dans un conducteur normal et *électrons supraconducteurs* (sc), qui se déplacent dans le cristal sans subir aucun choc avec les particules du réseau (et, donc, sans dissipation d'énergie).

L'une des principales limites de la théorie classique est qu'elle ne peut pas expliquer l'état des électrons supraconducteurs. Cela sera expliquée par la théorie BCS.

Les équations de Maxwell (3.38 ÷ 3.41) et les expressions qui en découlent ne sont pas en contradiction avec la supraconductivité mais elles sont insuffisantes pour la décrire. London est celui qui a complété les équations de Maxwell avec deux équations pour décrire la conduction assurée par les électrons supraconducteurs.

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (3.38)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.39)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho_V, \quad (3.40)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0. \quad (3.41)$$

Pour obtenir les équations de London, on considère que la densité du courant de conduction \mathbf{J} et la densité volumique de la charge électrique ρ_v on les expressions :

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_n + \mathbf{J}_{sc}, \quad (3.42)$$

$$\rho_v = \rho_{v_n} + \rho_{v_{sc}}, \quad (3.43)$$

où \mathbf{J}_n et ρ_{v_n} sont les composantes "normales" tandis que \mathbf{J}_{sc} et $\rho_{v_{sc}}$ sont les composantes "de supraconductivité". On peut écrire

$$\mathbf{J}_n = -q_0 N_n \mathbf{v}_n, \quad (3.44)$$

$$\mathbf{J}_{sc} = -q_0 N_{sc} \mathbf{v}_{sc}, \quad (3.45)$$

où N_n et N_{sc} sont les concentrations des électrons normaux et, respectivement, supraconducteurs et \mathbf{v}_n et \mathbf{v}_{sc} sont les vitesses de ces électrons.

La loi de la conservation de la charge électrique, s'écrit pour les deux composantes

$$\operatorname{div} \mathbf{J}_n = -\frac{\partial \rho_n}{\partial t}, \quad (3.46)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{J}_{sc} = -\frac{\partial \rho_{sc}}{\partial t}. \quad (3.47)$$

La loi de la conduction électrique peut être écrite seulement pour les électrons normaux :

$$\mathbf{J}_n = \sigma \mathbf{E}. \quad (3.48)$$

Supposons qu'on écrirait cette loi pour les électrons supraconducteurs. La densité du courant est nécessairement finie, puisque les porteurs de charge sont en nombre fini et

que leur vitesse est finie elle aussi. La conductivité est par contre infinie, ce qui implique que $E = 0$. On ne peut pas donc rien tirer d'une telle relation dont le membre droite est de la forme $0 \cdot \infty$. Ainsi, pour les électrons supraconducteurs, London a trouvé une autre relation (que la loi de la conduction électrique) entre \mathbf{J}_{sc} et \mathbf{E} . Pour l'obtenir, on suppose que dans un supraconducteur on établit un champ électrique d'intensité \mathbf{E} qui exerce sur chaque électron la force

$$\mathbf{F} = -q_0\mathbf{E}. \quad (3.49)$$

L'accélération imprimée à l'électron supraconducteur est

$$\mathbf{a} = \frac{\partial \mathbf{v}_{sc}}{\partial t}. \quad (3.50)$$

L'équation de Newton devient dans ce cas

$$m_0 \frac{\partial \mathbf{v}_{sc}}{\partial t} = -q_0\mathbf{E}. \quad (3.51)$$

En dérivant \mathbf{J}_{sc} par rapport aux temps dans la relation (3.45) il résulte

$$\frac{\partial \mathbf{v}_{sc}}{\partial t} = -\frac{1}{q_0 N_{sc}} \frac{\partial \mathbf{J}_{sc}}{\partial t}. \quad (3.52)$$

Ensuite, avec (3.51) et (3.52) on obtient

$$\mathbf{E} = \frac{m_0}{q_0^2 N_{sc}} \frac{\partial \mathbf{J}_{sc}}{\partial t}. \quad (3.53)$$

Si on note par Λ l'expression constante devant la dérivée

$$\Lambda = \frac{m_0}{q_0^2 N_{sc}}, \quad (3.54)$$

il résulte

$$\mathbf{E} = \Lambda \frac{\partial \mathbf{J}_{sc}}{\partial t} \quad \text{ou} \quad \mathbf{E} = \frac{\partial}{\partial t} (\Lambda \mathbf{J}_{sc}), \quad (3.55)$$

qui représente la première équation de London. À l'aide de cette équation on peut expliquer l'effet des hautes fréquences.

De la relation (3.55) il résulte

$$\text{rot } \mathbf{E} = \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } (\Lambda \mathbf{J}_{sc}). \quad (3.56)$$

En considérant aussi la relation (3.39) on obtient

$$\mathbf{B} = -\text{rot } (\Lambda \mathbf{J}_{sc}) + \mathbf{C}, \quad (3.57)$$

où la constante $\mathbf{C} = 0$ parce que autrement dans le corps il existerait un champ magnétique qui ne pourrait jamais être annulé. Ainsi, il résulte l'équation

$$\mathbf{B} = -\text{rot } \Lambda \mathbf{J}_{sc}, \quad (3.58)$$

qui représente la deuxième équation de London, à l'aide de laquelle on peut expliquer l'effet Meissner.

3.5.3 Théorie BCS

La théorie BCS (de Bardeen, Cooper et Schrieffer) a démontré l'existence simultanée des électrons normaux et des électrons supraconducteurs et a fourni une description quantique du comportement de ces derniers. La théorie BCS explique la diminution de la résistivité jusqu'à l'annulation quand la température abaisse sous T_c , par l'interaction des électrons avec les vibrations thermiques du réseau cristallin, ou, plus précisément, par la réduction des interactions répulsives entre les électrons aux très basses températures. On se bornera ici à présenter les acquis les plus importantes de cette théorie.

On suppose qu'un électron de conduction e_1 se trouve dans un corps conducteur dont la température est proche de la température ambiante. Les chocs de l'électron avec le réseau déterminent une décroissance de l'énergie de l'électron et modifie l'énergie du réseau au moment du chaque choc, mais à cause de l'agitation thermique intense présente à cette température, cette modification d'énergie est négligeable. Ensuite, on considère qu'on abaisse la température jusqu'à la valeur T_c . Lorsque la température du cristal est très basse, l'énergie d'agitation thermique est très faible et, au moment d'un choc de l'électron avec le réseau, l'électron produit par l'énergie transférée au réseau, une déformation locale du réseau et, par conséquent, un puits du potentiel. Un autre électron e_2 , situé à une distance quelconque de e_1 tombe dans le puits de potentiel. Donc, on peut dire que entre les électrons e_1 et e_2 il a apparu une force d'attraction, ou que la force repulsive entre e_1 et e_2 a diminué. La paire $e_1 - e_2$ des deux électrons couplées s'appelle *paire de Cooper* ou *cooperon*. A cause du choc avec le réseau, l'énergie de l'électron e_1 diminue. Lorsque e_2 tombe dans le puits de potentiel son énergie diminue aussi. Il résulte que l'énergie de l'ensemble $e_1 - e_2$ diminue par rapport à l'énergie possédée par les deux électrons avant le choc. Les électrons des cooperons sont les électrons supraconducteurs, intuitivement introduits par la théorie classique. L'énergie des électrons supraconducteurs est, donc, plus petite que l'énergie des électrons normaux.

Les deux électrons qui forment le cooperon sont lié entre eux par des forces extrêmement faibles. On appelle *longueur de cohérence* ξ la distance sur laquelle s'exerce la force attractive liant les deux électrons de la paire. La valeur de ξ est étonnamment grande (de l'ordre de 10^{-7} à 10^{-8} m), ce qui correspond à centaine de distances interatomiques environ. Les deux électrons ont les vecteurs d'onde \mathbf{K} et $-\mathbf{K}$ et, donc, leurs quantités de mouvements sont égales et opposées. Les deux électrons du cooperon ont, aussi, les spins (les nombres quantiques de spin) opposés et, donc, le spin résultant de la paire est nul ($m_s = +\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$). Ainsi, le cooperon est un boson (car il a le spin entier), c'est-à-dire il "écoute" de la statistique Bose - Einstein (et non de la statistique Fermi-Dirac comme les électrons normaux). Le principe de Pauli ne s'applique pas aux bosons et, donc, il

resulte qu'on peut trouver n'importe combien de paires d'électrons (supraconducteurs) sur le même niveau d'énergie.

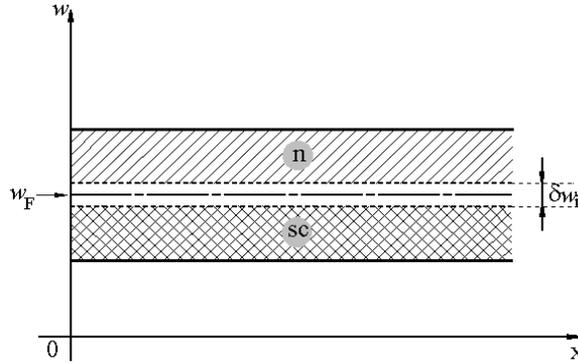


Figure 3.17: Électrons normaux (n) et supraconducteurs (sc) dans la bande de conduction d'un supraconducteur.

Comme l'énergie des électrons supraconducteurs est plus petite que l'énergie des électrons normaux il résulte que dans l'intérieur de la bande de conduction il apparaît une bande interdite très étroite de largeur $\delta w_i \approx 4kT_c \approx 10^{-3} - 10^{-4}$ eV (figure 3.17). Ainsi, dans la région n il y a les électrons normaux, et dans la région sc (au-dessous de δw_i) on trouve les électrons supraconducteurs couplés dans les paires de Cooper. Si la température augmente, les liaisons faibles entre les électrons du Cooperon se détruisent, l'énergie des électrons augmente et, par conséquent, ils "sautent" au delà de δw_i dans la zone des électrons normaux n .

Soit w_0 un niveau quelconque dans la zone sc et soit P_0 la probabilité qu'un Cooperon (donc, un boson) occupe le niveau w_0 . On suppose qu'à un moment donné n Cooperons se trouvent déjà sur le niveau w_0 . De la statistique de Bose-Einstein il résulte que la probabilité qu'un $(n + 1)$ -ième Cooperon occupe le niveau w_0 est $P_n = (n + 1)P_0$. Donc, plus le nombre de Cooperons qui occupent le niveau augmente, plus la probabilité d'un nouveau Cooperon de venir dans cet état augmente. Soit $\bar{P}_n = 1 - P_n$ la probabilité qu'un Cooperon quitte le niveau d'énergie considéré. Puisque P_n est très grand, il résulte que \bar{P}_n est très petit et il devient de plus en plus petit quand le nombre de Cooperons situés sur le niveau augmente. Par conséquent, les Cooperons ne peuvent pas subir des chocs avec le réseau parce que dans le cas d'un choc ils devraient modifier leur état, en passant sur un autre niveau d'énergie, mais comme $\bar{P}_n \approx 0$ cela est pratiquement impossible.

En conclusion, les électrons supraconducteurs (couplés en Cooperons) circulent dans le métal supraconducteur sans être perturbés et, donc, la résistivité du supraconducteur est nulle.

Chapitre 4

Conduction électrique des semiconducteurs

On appelle semiconducteurs les matériaux qui présentent une conductivité électrique σ dans le domaine $10^{-6} \div 10^5$ S/m, représentant de ce point de vue, une catégorie intermédiaire entre les conducteurs ($\sigma > 10^5$ S/m) et les isolants ($\sigma < 10^{-6}$ S/m). Les bandes d'énergie permises des semiconducteurs sont soit complètement occupées soit complètement vides (non-occupées). A $T = 0$ K, la dernière bande permise située au-dessous de la *bande de Fermi* (la bande interdite qui contient le niveau w_F), appelée bande de valence, est complètement occupée, tandis que la première bande permise au-dessus de la bande de Fermi, appelée bande de conduction, est vide (sans électrons). Quand on ne peut pas faire une confusion, la bande de Fermi est nommée simplement *bande interdite*.

Les semiconducteurs sont intrinsèques ou extrinsèques. Les semiconducteurs extrinsèques peuvent être de type *n* ou de type *p*. Dans les paragraphes suivants on présente les mécanismes de conduction dans chaque type de semiconducteur.

4.1 Conduction intrinsèque des semiconducteurs

Actuellement, en pratique sont utilisés seulement les semiconducteurs extrinsèques. Pourtant, on présente par la suite la conduction intrinsèque pour son importance théorique et parce qu'elle est présente, au delà d'une certaine température, aussi dans les semiconducteurs extrinsèques.

Un semiconducteur intrinsèque est un semiconducteur pur, sans impuretés (non-dopé). Les porteurs de charge sont obtenus exclusivement suite aux transitions des

électrons de la bande de valence (*bv*) dans la bande de conduction (*bc*) grâce à l'énergie d'agitation thermique.

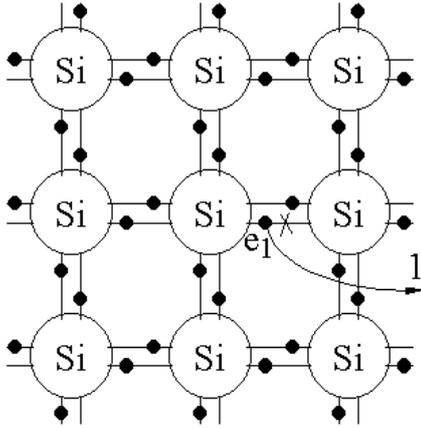


Figure 4.1: Partie d'un cristal de Si pur.

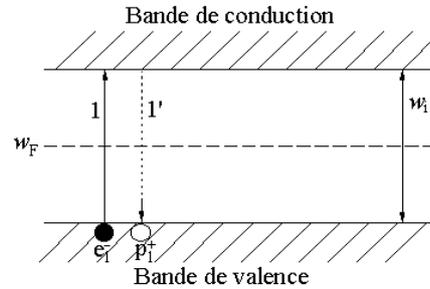


Figure 4.2: Transition des électrons (et des trous) dans un semiconducteur intrinsèque

On va analyser la conduction intrinsèque pour un cristal de silicium. Le silicium étant tétravalent, chacun de ces quatre électrons de valence se couple avec un électron de valence des atomes voisins et forme un lien covalent (figure 4.1). Il est possible qu'à un moment donné un lien de valence soit rompu (par une radiation cosmique ou, moins probable, par l'énergie d'agitation thermique). Ainsi, un électron e_1 du lien rompu est libéré, devenant électron quasilibre. De point de vue énergétique l'électron e_1 effectue une transition de la bande de valence dans la bande de conduction (fleche 1 dans la figure 4.2), en laissant un niveau vacant dans la bande de valence. Puisque la bande de conduction a un très grand nombre de niveaux, les électrons qui effectuent la transition 1 ne peuvent pas occuper tous les niveaux de la bande de conduction. Il résulte que dans la bande de conduction il y aura des niveaux partiellement occupés. Les électrons situés sur ces niveaux sont électrons de conduction. D'autre part, les niveaux supérieurs de la bande de valence restent aussi partiellement occupés, à cause des transitions 1, et alors les électrons situés sur ces niveaux participent aussi à la conduction électrique dans le semiconducteur (car les niveaux vacants peuvent être occupés par d'autres électrons de la bande de valence, en déplaçant, ainsi, les niveaux vacants).

La manque de l'électron (de charge q_n) de la région de la valence brisée correspond, du point de vue de la conduction, à une particule fictive (noté p_1 dans la figure 4.2) portant une charge positive $q_p = -q_n = q_0$, qui s'appelle *trou*. Du point de vue énergétique, on peut dire qu'à une transition d'un électron de la bande de valence dans la bande de conduction correspond une transition fictive d'un trou de la bande de conduction dans la bande de valence. Une fois défini, à un trou on attribue une masse effective propre m_p^*

(différente de la masse effective de l'électron m_n^*) et un temps de relaxation τ_p (différent du temps de relaxation de l'électrons τ_n). La masse effective du trou est égale à la valeur absolue de la masse effective à l'état vacant correspondant.

En résumé, l'absence d'un électron au sommet de la bande de valence est équivalente, du point de vue de la conduction, à la présence d'un trou mobile portant une charge positive q_p . Ce modèle permet de rendre compte, de manière très simple mais valable, de la part de la conduction assurée par les électrons de la bande de valence (qui est presque totalement occupée).

Ainsi, les trous de la bande de valence, ainsi que les électrons de la bande de conduction, peuvent se déplacer dans le semiconducteur sous l'action d'un champ électrique, en assurant la conduction intrinsèque dans le semiconducteur.

Conclusion : La conduction intrinsèque est donnée par les électrons de la bande de conduction et par les trous de la bande de valence. Aussi les électrons de la bande de conduction que les trous de la bande de valence donnent une *conduction en bandes d'énergie* et, donc, pour calculer la conductivité on peut utiliser la relation (3.22), déduite dans le cas des métaux, mais qui est caractéristique à la conduction en bandes d'énergie, quel que soit le type de matériau (conducteur, semiconducteur ou isolant).

Ainsi, pour calculer la conductivité intrinsèque σ_i , on peut écrire :

$$\sigma_i = \sigma_{in} + \sigma_{ip}, \quad (4.1)$$

$$\sigma_{in} = N_n q_n \mathcal{M}_n = \frac{N_n q_n^2 \tau_n}{m_n^*}, \quad (4.2)$$

$$\sigma_{ip} = N_p q_p \mathcal{M}_p = \frac{N_p q_p^2 \tau_p}{m_p^*}, \quad (4.3)$$

où σ_{in} est la conductivité due aux électrons (quasilibres) de la bande de conduction, σ_{ip} est la conductivité due aux trous de la bande de valence, N_n , \mathcal{M}_n sont la concentration et, respectivement, la mobilité des électrons quasilibres, N_p , \mathcal{M}_p sont la concentration et, respectivement, la mobilité des trous.

Par nature un semiconducteur intrinsèque possède le même nombre d'électrons que des trous. On peut écrire $N_n = N_p = N_i$ et, ainsi, la relation (4.1) devient

$$\sigma_i = N_i q_0^2 \left(\frac{\tau_n}{m_n^*} + \frac{\tau_p}{m_p^*} \right). \quad (4.4)$$

La dépendance entre la conductivité intrinsèque et la température est donnée par la relation

$$\sigma_i = c_i \exp \left(-\frac{w_i}{2kT} \right), \quad (4.5)$$

où le facteur c_i varie avec la température beaucoup plus lentement que l'exponentielle et, donc on peut le considérer constant.

■ **Remarques :**

1. La conduction intrinsèque est présente à tous les semiconducteurs (intrinsèques et extrinsèques) mais elle devient non-négligeable seulement au-dessus d'une température T_i quand les transitions des électrons de la bande de valence dans la bande de conduction deviennent assez nombreuses.
2. La conductivité intrinsèque augmente sensiblement (selon une loi exponentielle) avec la température T et diminue, aussi selon une loi exponentielle, avec la largeur de la bande interdite w_i .



Puisque l'énergie moyenne d'agitation thermique d'un électron w_{th} à $T = 300$ K est environ 0,025 eV, on remarque que pour tous les semiconducteurs dans le tableau 4.1 $w_i > w_{th}$, en résultant que le nombre de transitions des électrons de la bande de valence dans la bande de conduction est très réduit et, donc, la conductivité intrinsèque est négligeable à la température ambiante pour la plupart des semiconducteurs. La solution pratique d'augmenter la conductivité d'un semiconducteur intrinsèque est le dopage, c'est-à-dire la réalisation des semiconducteurs extrinsèques.

Tableau 4.1: Largeur de la bande interdite de Fermi pour quelques semiconducteurs usuels.

Semiconducteurs	Ge	Si	Sn (gris)	InSb	GaAs	PbSe	SiC
w_i [eV] à $T = 300$ K	0,67	1,14	0,08	0,18	1,43	0,30	3

4.2 Conduction extrinsèque des semiconducteurs

4.2.1 Semiconducteurs de type n

Les semiconducteurs extrinsèques de type n s'obtiennent par dopage avec des atomes dont le nombre d'électrons de valence est supérieur au nombre d'électrons de valence de l'atome de base.

On suppose que dans un cristal de Si (tetravalent) on introduit comme dopant une impureté pentavalente (par exemple, le phosphore P) possédant, donc, cinq électrons de

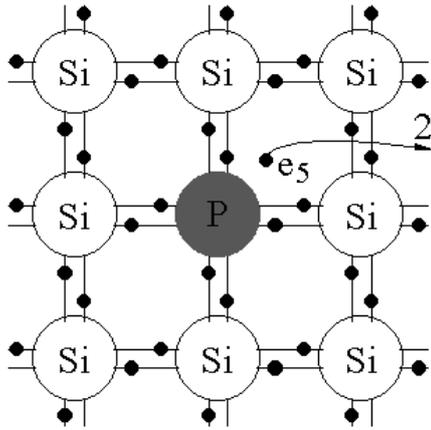


Figure 4.3: Partie d'un cristal de Si dopé avec P.

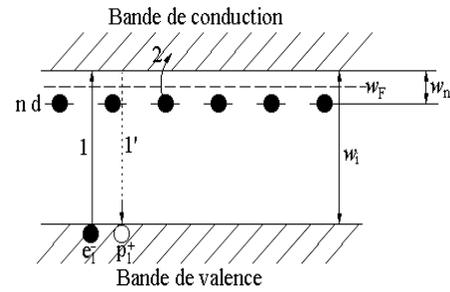


Figure 4.4: Transitions des électrons (et des trous) dans un semiconducteur extrinsèque de type n .

Tableau 4.2: Valeurs de w_n déterminées par P, As, et Sb pour Ge et Si.

Semiconducteur de base	w_n [eV]		
	P	As	Sb
Ge	0,012	0,0127	0,0096
Si	0,044	0,049	0,039

valence (figure 4.3). Quatre électrons de valence du phosphore se couplent avec quatre électrons des atomes voisins de silicium, en réalisant des liens covalents. Le cinquième électron de valence de phosphore, qui ne peut pas former un lien covalent avec les électrons des atomes de silicium, se situe sur un niveau d'énergie plus élevée que les autres quatre, et par conséquent, il peut quitter aisément (grâce à l'agitation thermique) l'atome de phosphore, devenant, ainsi, électron quasilibre. L'atome de phosphore devient ainsi ion positif. Du point de vue énergétique le dopage du silicium avec des atomes pentavalents conduit à l'apparition, dans la bande interdite de Fermi, des niveaux additionnels appelés *niveaux donneurs* (nd) situés dans une bande très étroite placée juste au-dessous de la bande de conduction, à une distance $w_n \approx 10^{-2}$ eV (figure 4.4). Chaque niveau du donneur représente le niveau d'énergie sur lequel se trouve le cinquième électron du donneur qui ne participe pas aux liaisons covalentes avec les atomes de base voisins. La perte de son cinquième électron par l'atome de phosphore est équivalente, du point de vue énergétique, à une transition d'un électron situé sur un niveau donneur dans la bande de conduction. Ces transitions se réalisent aisément à $T = 300$ K parce que l'énergie moyenne d'agitation thermique d'un électron w_{th} est à cette température de même ordre

de grandeur que w_n .

Les atomes de P, As, Sb sont couramment utilisés pour réaliser des semiconducteurs de type n .

Les électrons de la bande de conduction qui proviennent des niveaux donneurs assure aussi une conduction en bandes d'énergie et, donc, la conductivité extrinsèque, due à ces porteurs σ_{en} peut être calculée avec la relation (3.22) caractéristique à la conduction en bandes, qui devient dans ce cas

$$\sigma_{en} = \frac{N_{en} q_n^2 \tau_n}{m_n^*}, \quad (4.6)$$

où N_{en} est la concentration des électrons de la bande de conduction provenant de niveaux donneurs. On démontre que la conductivité σ_{en} due exclusivement aux électrons qui ont fait la transition niveau donneur - bande de conduction dépend de la température T d'après la relation

$$\sigma_{en} = c_{en} e^{-\frac{w_n}{2kT}}, \quad (4.7)$$

où c_{en} est une constante et k est la constante de Boltzmann. Cette relation est valable jusqu'à la température T_s , à laquelle tous les électrons situés sur les niveaux donneurs ont effectués les transitions dans la bande de conduction. Si la température dépasse la valeur T_i (qui est nettement supérieure à T_s), alors il y aura aussi un nombre important des transitions intrinsèques 1, des électrons de la bande de valence dans la bande de conduction, et la conductivité intrinsèque σ_i deviendra non négligeable.

L'expression générale de la conductivité pour un semiconducteur de type n est

$$\sigma_n = \sigma_i + \sigma_{en} = c_i e^{-\frac{w_i}{2kT}} + c_{en} e^{-\frac{w_n}{2kT}}. \quad (4.8)$$

4.2.2 Semiconducteurs de type p

Les semiconducteurs extrinsèques de type p s'obtiennent par dopage, quand le nombre d'électrons de valence du dopant est plus petit que le nombre d'électrons de valence de l'atome de base. Par exemple, le silicium ou le germanium, qui sont tétravalents, peuvent être dopés avec bore (B), aluminium (Al), gallium (Ga) ou indium (In), qui sont trivalents.

Supposons que dans un cristal de silicium on introduit un atome d'impureté de bore. Cette impureté se place (aussi) dans une position de substitution, mais il lui manque un électron pour réaliser les liens covalents avec tous les quatre atomes de silicium voisins

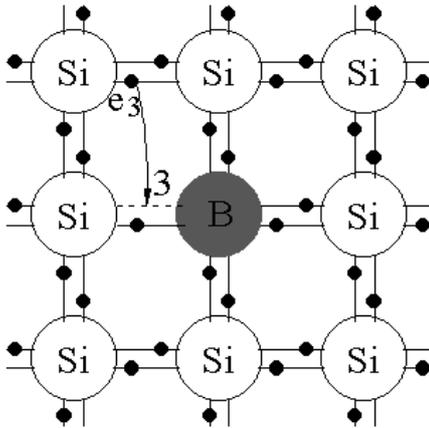


Figure 4.5: Partie d'un cristal de Si dopé avec B.

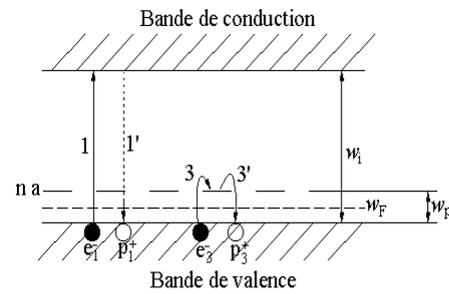


Figure 4.6: Transitions des électrons (et des trous) dans un semiconducteur extrinsèque de type p .

Tableau 4.3: Valeurs de w_p déterminées par B, Al, Ga et In pour Ge et Si.

Semiconducteur de base	w_p [eV]			
	B	Al	Ga	In
Ge	0,0104	0,0102	0,0108	0,0112
Si	0,045	0,057	0,065	0,16

(figure 4.5). Par conséquent il y aura un lien non satisfait ce qui est équivalent du point de vue énergétique à l'apparition d'un niveau additionnel. Les niveaux additionnels, ainsi apparus, s'appellent *niveaux accepteurs* (na) et ils sont placés dans la bande interdite, juste au-dessus du niveau supérieur de la bande de valence, à une distance $w_p \approx 10^{-2}$ eV.

Comme l'énergie moyenne d'agitation thermique d'un électron w_{th} est à $T = 300K$ du même ordre de grandeur que w_p (tableau 4.3), il résulte qu'à la température ambiante un électron de la bande de valence peut "sauter" aisément sur les niveaux accepteurs (flèche 3 dans la figure 4.6), ce qui correspond à la rupture d'un lien de valence voisin (existant entre deux atomes de silicium) par un électron qui vient à réaliser le lien non satisfait entre l'atome de bore et un atome de silicium. Ainsi l'atome de B devient ion négatif. L'électron arrivé sur un niveau accepteur reste fixé sur ce niveau, mais à cause de sa transition de la bande de valence sur le niveau accepteur, dans la bande de valence il apparaît un trou (la flèche 3') qui peut participer à la conduction électrique. Ainsi, dans ce cas, les trous formés dans la bande de valence suite aux transitions des électrons de la

bande de valence sur les niveaux accepteurs sont les porteurs de charge qui déterminent la conduction extrinsèque de type p . Ces trous donnent aussi une conduction en bandes d'énergie et, donc, la conductivité extrinsèque de type p (σ_{ep}) peut être calculée aussi avec la relation (3.22), qui dans ce cas s'écrit

$$\sigma_{ep} = \frac{N_{ep} q_p^2 \tau_p}{m_p^*}, \quad (4.9)$$

où N_{ep} est la concentration des trous de la bande de valence formés suite aux transition des électrons de la bande de valence sur les niveaux accepteurs.

On démontre que la conductivité σ_{ep} dépend de la température T d'après la relation

$$\sigma_{ep} = c_{ep} e^{-\frac{w_p}{2kT}}, \quad (4.10)$$

où c_{ep} est une constante et k est la constante de Boltzmann. Cette relation est valable jusqu'à la température T_s , à laquelle tous les niveaux accepteurs ont été occupés par les électrons provenant de la bande de valence. Si la température dépasse la valeur T_i (qui est supérieure à T_s), alors il y aura aussi un nombre important des transitions intrinsèques 1 et 1', des électrons de la bande de valence dans la bande de conduction, et la conductivité intrinsèque σ_i deviendra non négligeable.

L'expression générale de la conductivité pour un semiconducteur de type p est

$$\sigma_p = \sigma_i + \sigma_{ep} = c_i e^{-\frac{w_i}{2kT}} + c_{ep} e^{-\frac{w_p}{2kT}}. \quad (4.11)$$

4.3 Dépendance de la conductivité des semiconducteurs de la température

Dans la figure 4.7 on présente la courbe de la variation de la conductivité d'un semiconducteur extrinsèque en fonction de la température. Dans cette figure, T_s est la température à laquelle tous les niveaux additionnels sont ionisés et T_i est la température à laquelle le nombre des transitions des électrons de la bande de valence dans la bande de conduction devient non négligeable. Pour $T < T_s$, la conduction extrinsèque (n ou p) correspondante aux éléments de dopage est prépondérante et, donc, la conductivité augmente selon une exponentielle (voir les relations (4.7) ou (4.10)). Dans l'intervalle (T_s, T_i) tous les niveaux additionnels sont ionisés et la conduction intrinsèque est encore négligeable par rapport à celle extrinsèque. Dans cet intervalle, la conductivité diminue car le nombre des chocs entre les porteurs de charge (en nombre constant) et le réseau augmente avec la température, à cause de l'intensification de l'agitation thermique. Pour

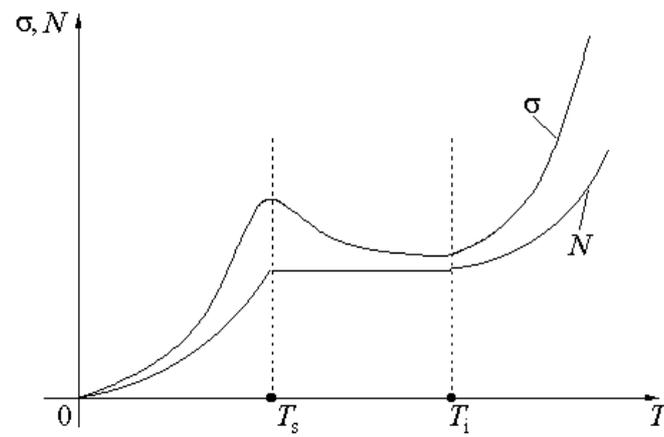


Figure 4.7: Variation de la conductivité avec la température pour les semiconducteurs extrinsèques

$T > T_i$, la conduction intrinsèque devient importante et la conductivité a une croissance exponentielle (voir la relation (4.5)).

Chapitre 5

Conduction électrique des isolants solides

5.1 Notions générales

Par définition, un isolant est un matériaux qui s'oppose au passage du courant électrique et, donc, par lequel ne circule pas un courant de conduction. En réalité, la résistivité des isolants n'est pas infinie, mais elle a une valeur finie comprise, en général, entre 10^7 et 10^{17} Ωm .

Du point du vue de la structure des bandes d'énergie, les isolants ont (comme les semiconducteurs) les bandes permises, soit totalement occupées par les électrons, soit complètement vides (sans électrons). Dans le cas des isolants la bande interdite de Fermi est très large : $w_i \approx 5eV$.

5.1.1 Courant d'absorption

Lorsque on introduit un isolant entre deux électrodes et on applique brusquement une tension électrique continue on constate qu'il apparaît un courant électrique qui, au début, augmente brusquement à une valeur très grande, et qui après décroît asymptotiquement en temps vers une valeur constante. La composante du courant qui décroît (asymptotiquement) en temps, et qui se superpose au courant de conduction (constant en temps), s'appelle courant d'absorption (figure 5.1).

L'explication de cette evolution du courant est que, après l'application de la tension, le courant qui apparaît a quatre composantes :

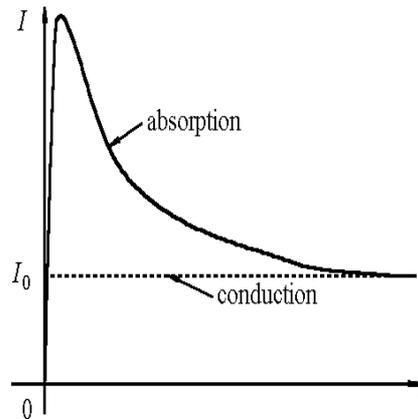


Figure 5.1: Courant d'absorption et de conduction dans un isolant

1. Une composante correspondant au chargement avec de la charge électrique des armatures du condensateur. En fait il a lieu la séparation des charges électrique dans le voisinage des armatures. Cette composante dure un temps $\tau_1 = RC$ où R est la résistance électrique de l'isolant et C est la capacité du condensateur qui a comme diélectrique l'isolant étudié.
2. Une composante correspondant à la polarisation (de différents types) de l'isolant. Cette composante décroît en temps d'après une loi t_2^{-n} , où $n > 1$.
3. Une composante correspondant à un courant de conduction qui correspond à la formation des agglomérations de charge d'espace. Ce courant décroît en temps, jusqu'à l'annulation.
4. Une composante correspondant à un courant de conduction invariable en temps.

■ **Remarque :** La première et la deuxième composante durent très peu (quelques centièmes de seconde), tandis que la troisième composante dure plus longtemps (minutes ou heures). ■

Conclusion : Puisque, lorsqu'on applique une tension continue, la valeur initiale de la résistivité est relativement petite, il faut que la résistivité ρ soit déterminée après un certain temps de l'application de la tension, au delà duquel le courant qui circule par le corps est prépondérant un courant de conduction.

5.1.2 Mécanismes de conduction

Dans les isolants on distingue deux types de conduction : conduction électronique (réalisée par électrons) et conduction ionique (réalisée par ions).

Si le cristal isolant contient des impuretés qui forment dans la bande interdite de Fermi des niveaux additionnels de type donneur ou de type accepteur, alors il a lieu une conduction assurées par les électrons ou par les trous, comme dans les semiconducteurs extrinsèques. Dans un bon isolant, la concentration des impuretés est extrêmement petite et, donc, la conduction électrique qui en correspond est pratiquement négligeable. D'autre part, une conduction de type intrinsèque est pratiquement inexistante dans un isolant dans des conditions usuels de température et de champ électrique, parce que, à cause de la largeur très grande de la bande interdite, un nombre très petit d'électrons effectuent des transitions de la bande de valence dans la bande de conduction et, donc, le courant électrique due à leur convection est très faible. Donc, dans un isolant suffisamment pur, la concentration d'électrons (ou de trous) de conduction est très petite et elle est indépendante du champ électrique pour $E < 10^6$ V/m (domaine d'Ohm). Par suite, dans ce domaine, la conductivité $\sigma_{\text{électronique}}$ est, aussi, pratiquement indépendante de E (figure 5.2). En champs électriques intenses, quand $E > 10^6$ V/m, la concentration de porteurs de charge augmente beaucoup et la conductivité $\sigma_{\text{électronique}}$ augmente exponentiellement avec l'intensité du champ électrique (domaine Poole).

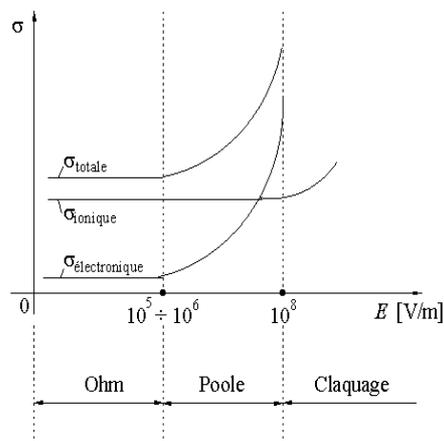


Figure 5.2: Variation de la conductivité des isolants avec l'intensité du champ électrique.

La conduction ionique se réalise, en champs usuels, par la convection des ions propres (si l'isolant est un cristal ionique) ou par les ions d'impuretés. La conductivité ionique ne dépend pas de l'intensité du champ électrique ni dans le domaine d'Ohm, ni dans le domaine de Poole.

5.2 Conduction ionique

Afin de déduire l'expression de la conductivité ionique, on considère dans une première étape un corps cristallin ionique, dans lequel la conduction est assurée par la convection d'un seul type d'ions interstitiels, provenant des noeuds, suite à la formation des défauts Frenkel. On considère, aussi, que ces ions sont uniquement positifs. Le résultat obtenu va être facilement généralisé pour d'autres types d'ions ou pour les corps amorphes.

On analyse, d'abord, le déplacement d'un ion par le cristal (par exemple l'ion F dans la figure 5.3).

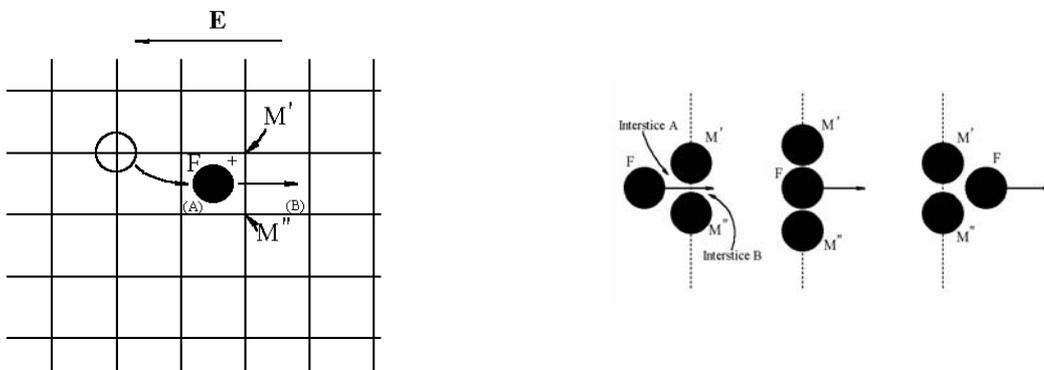


Figure 5.3: Cristal ionique avec un défaut Frenkel.

Figure 5.4: Passage de l'ion F de l'interstice A dans l'interstice B.

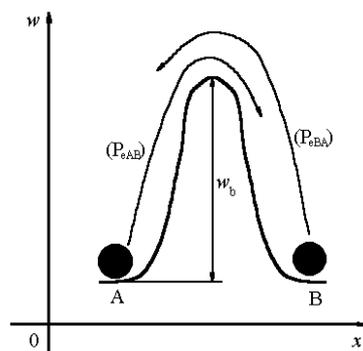


Figure 5.5: Barrière d'énergie pour la transition de l'ion F de l'interstice A dans l'interstice B.

Dans la figure 5.3, A et B sont deux interstices voisins, séparés par deux ions voisins M et M' , situés sur une rangée réticulaire. Pour passer de A en B, l'ion doit "éloigner"

M de M' (figure 5.4), ce qui est équivalent à une escalade d'une barrière d'énergie w_b (figure 5.5). En l'absence du champ électrique, la transition d'un ion de A en B a la même probabilité de se produire qu'une transition de B en A. On peut écrire, donc $P_{eAB} = P_{eBA}$, où P_{eAB} et P_{eBA} sont les probabilités de l'ion de passer de A en B et, respectivement, de B en A (en escaladant la barrière d'énergie w_b). Puisque l'énergie nécessaire pour escalader w_b est donnée par l'agitation thermique (qui a un caractère chaotique), le nombre d'ions qui peuvent passer de A en B est égal au nombre d'ions qui passent de B en A et, par conséquent, le courant électrique dû aux ions est nul en l'absence du champ électrique.

Comme l'ion est une particule lourde, il "écoute" de la statistique Maxwell-Boltzmann, dans laquelle la probabilité P_{eAB} d'escalader une barrière d'énergie w_b est

$$P_{eAB} = C \exp\left(\frac{-w_b}{kT}\right), \quad (5.1)$$

où C est une constante, k est la constante de Boltzmann et T est la température. Pour un cristal isotrope $C = 1/6$.

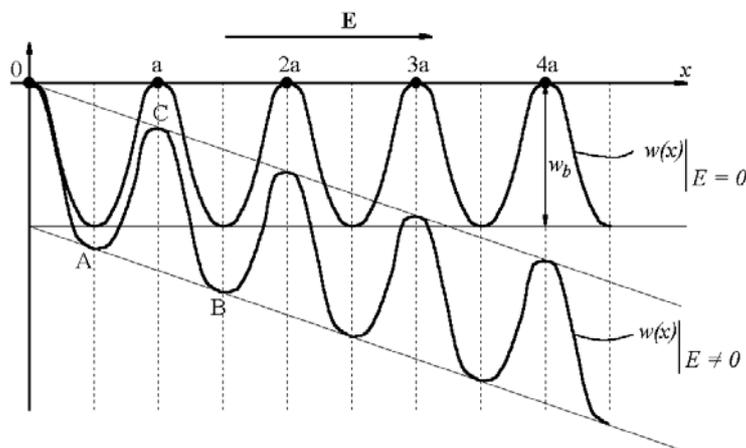


Figure 5.6: Variation de l'énergie de l'ion au long du cristal.

Dans la figure 5.6 on a représenté la variation de l'énergie de l'ion F au cours de son déplacement au cours d'un axe Ox , parallèle à une rangée réticulaire. En l'absence du champ, la barrière d'énergie a la même valeur pour le déplacement de l'ion dans le sens positif ou négatif de l'axe Ox . Lorsque on établit le champ $\mathbf{E} = \mathbf{i}E$, le potentiel électrique décroît dans le sens du champ, parce que $\mathbf{E} = -\text{grad} V$. Ainsi, pour un déplacement $\Delta x = x - x_0 > 0$ dans le sens positif de l'axe Ox , la variation du potentiel correspondante $\Delta V = V(x) - V(x_0) = -E\Delta x$ est négative et la variation d'énergie correspondante, $\Delta w = q\Delta V = -qE \Delta x$, sera, aussi, négative (car la charge q de l'ion est positive).

Pour un déplacement $\Delta x = a/2$ de l'ion, correspondant à la variation de A en C de son énergie (suffisant pour une transition de l'ion de A en B), la modification de la barrière d'énergie due au champ électrique sera $\Delta w_{AC} = -\frac{a}{2}qE$, tandis que pour un déplacement $\Delta x = -\frac{a}{2}$ (variation de B en C, de l'énergie de l'ion), la modification de la barrière d'énergie due au champ électrique sera $\Delta w_{BC} = \frac{a}{2}qE$. Ainsi, pour faire une transition de A en B, l'ion doit escalader une barrière $w_b - \frac{a}{2}qE$, tandis que pour une transition de B en A, l'ion a besoin d'une énergie supérieure de valeur $w_b + \frac{a}{2}qE$. Dans ce cas, les probabilités P_{eAB} et P_{eBA} ont les expressions :

$$P_{eAB} = \frac{1}{6} \exp\left(\frac{-(w_b - \frac{a}{2}qE)}{kT}\right), \quad (5.2)$$

$$P_{eBA} = \frac{1}{6} \exp\left(\frac{-(w_b + \frac{a}{2}qE)}{kT}\right), \quad (5.3)$$

et, donc, la probabilité que l'ion se déplace dans le sens du champ (P_{eAB}) est supérieure à la probabilité du déplacement dans le sens opposé.

■ **Remarque :** Il y a, dans ce cas, un excès d'ions qui se déplacent dans le sens du champ et ces ions sont ceux qui assurent le courant électrique dans le cristal. ■

Si l'ion effectue dans l'interstice des oscillations de fréquence f , alors les concentrations N_{AB}^1 et N_{BA}^1 des ions qui passent dans l'unité de temps de A en B et, respectivement de B en A, sont :

$$N_{AB}^1 = N_F P_{eAB} f, \quad (5.4)$$

$$N_{BA}^1 = N_F P_{eBA} f, \quad (5.5)$$

où $N_F = \sqrt{NN'} \exp\left(-\frac{w_{dF}}{2kT}\right)$ est la concentration de défauts Frenkel.

Les ions qui passent dans une seconde de A en B, parcourent une distance égale à la constante du réseau a et, donc, leur vitesse moyenne est $v_{AB} = \frac{a}{1} = a$ [m/s]. La vitesse des ions qui passent de B en A dans une seconde est $v_{BA} = -\frac{a}{1} = -a$ [m/s]. Il y a aussi des ions qui, dans l'unité de temps, n'arrivent pas à effectuer de transitions, et soit N_r leur concentration. Avec ces considérations, on peut calculer la vitesse moyenne de derive v_D de l'excès d'ions qui se déplacent dans le sens du champ.

$$v_D = \frac{N_{AB}^1 a - N_{BA}^1 a + N_r 0}{N_F} = (P_{eAB} - P_{eBA}) a f = \frac{a f}{6} e^{-\frac{w_b}{kT}} \left[e^{\frac{aqE}{kT}} - e^{-\frac{aqE}{kT}} \right]. \quad (5.6)$$

La densité de courant due à ces ions peut être écrite

$$\mathbf{J} = \rho_v \mathbf{v}_D = q N_F \mathbf{v}_D, \quad (5.7)$$

où ρ_v est la densité volumique de la charge des ions. En utilisant la relation (5.6), l'expression de J devient

$$J = qN_F \frac{af}{6} 2 \operatorname{sh} \left(\frac{a}{2} q \frac{E}{kT} \right) e^{-\frac{w_b}{kT}} \quad (5.8)$$

Comme pour $a \approx 10^{-10}$ m, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C et $T = 300$ K, l'argument de sh est $\frac{aqE}{2kT} \approx 2 \cdot 10^{-9} E$, alors pour toutes les valeurs de E jusqu'au claquage (c'est-à-dire pour $E < 10^8$ V/m) on a $\frac{aqE}{2kT} < 10^{-1}$ et, donc,

$$\operatorname{sh} \left(\frac{aq}{2} \frac{E}{kT} \right) \approx \frac{aq}{2} \frac{E}{kT}. \quad (5.9)$$

Avec (5.9), la relation (5.8) devient

$$J = \frac{a^2 q^2 f}{6kT} N_F e^{-\frac{w_b}{kT}} E. \quad (5.10)$$

En utilisant l'expression de N_F et avec la notation $w_a = w_b + \frac{w_{dF}}{2}$, il résulte

$$J = \frac{a^2 q^2 f}{6kT} \sqrt{NN'} e^{-\frac{w_a}{kT}} E. \quad (5.11)$$

En comparant cette relation avec la loi de la conduction $J = \sigma_{ion}^1 E$, on obtient pour la conductivité ionique σ_{ion}^1 , due au seul type d'ions considéré, l'expression

$$\sigma_{ion}^1 = \frac{a^2 q^2 f}{6k} \sqrt{NN'} \frac{1}{T} e^{-\frac{w_a}{kT}}. \quad (5.12)$$

Si on note $c_{ion} = \frac{a^2 q^2 f}{6k} \sqrt{NN'} \frac{1}{T}$, l'expression de σ_{ion}^1 devient

$$\sigma_{ion}^1 = c_{ion} e^{-\frac{w_a}{kT}}. \quad (5.13)$$

Si on a ν types d'ions, la conductivité ionique totale σ_{ion} a l'expression suivante :

$$\sigma_{ion} = \sum_{r=1}^{\nu} c_r e^{-\frac{w_r}{kT}}, \quad (5.14)$$

où c_r et w_r ont significations analogues aux grandeurs c_{ion} et w_a .

■ **Remarque** : La conductivité ionique des isolants augmente avec la température selon une loi exponentielle. ■

5.3 Conduction électronique

5.3.1 Conduction électronique en champs usuels

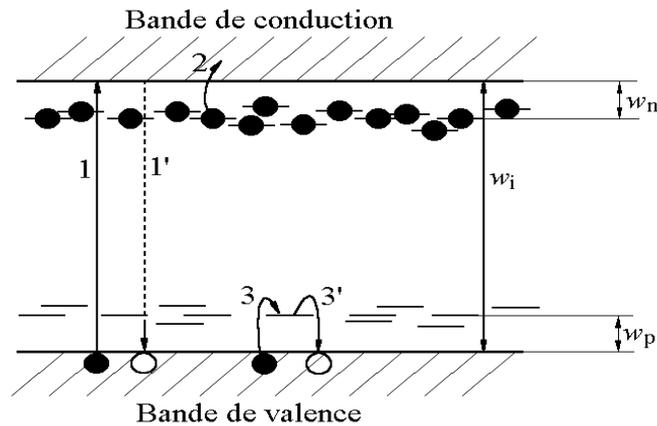


Figure 5.7: Transitions des électrons, de type intrinsèque et extrinsèque, pour un isolant.

Comme on a présenté en début de ce chapitre, la conduction électronique dans les isolants en champs usuels ($E < 10^6$ V/m) se réalise, comme dans les semiconducteurs, par les électrons de la bande de conduction qui sont y arrivés en provenance de la bande de valence ou des niveaux de type donneurs due aux impuretés, et par les trous de la bande de valence, y apparus suite aux transitions des électrons dans la bande de conduction ou sur les niveaux de type accepteur due aux impuretés.

■ **Remarque :** Cette conduction est une conduction en bandes d'énergie et, donc, on peut utiliser pour calculer la conductivité des relation du type (3.22). ■

L'expression de la conductivité électronique $\sigma_{\text{électron}}$ en fonction de la température T est, donc

$$\sigma_{\text{électron}} = \sigma_i + \sigma_{en} + \sigma_{ep} = C_i e^{-\frac{w_i}{2kT}} + C_{en} e^{-\frac{w_n}{2kT}} + C_{ep} e^{-\frac{w_p}{2kT}}, \quad (5.15)$$

où C_i , C_{en} et C_{ep} sont pratiquement indépendantes de la température, w_i est la largeur de la bande interdite, w_n est l'énergie moyenne qui sépare les niveaux de type donneur de la bande de conduction (figure 5.7), w_p est l'énergie moyenne qui sépare les niveaux de type accepteur de la bande de valence et k est la constante de Boltzmann.

Puisque aux isolants w_i est nettement supérieure à l'énergie moyenne d'agitation thermique d'un électron ($w_{th} \approx 0,025$ eV à $T = 300$ K), le premier terme de l'expression

(5.15) est très petit pour les températures usuelles. Les constantes C_{en} et C_{ep} , étant proportionnelles au nombre des niveaux de type donneur et, respectivement, accepteur, sont aussi petites pour un isolant suffisamment pur, et, donc, les deux derniers termes de l'expression (5.15) sont petits. Ainsi, l'expression (5.15) explique les valeurs petites de la conductivité électronique dans le domaine d'Ohm.

En dehors de la conduction en bandes d'énergie dont on a parlé auparavant, dans les isolants il peut avoir lieu une *conduction par sauts* des électrons entre des niveaux profonds introduits dans la bande interdite de Fermi par certaines impuretés (figure 5.8).

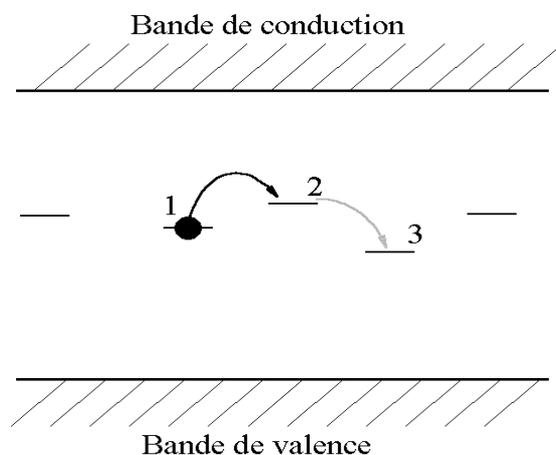


Figure 5.8: Sauts des électrons entre niveaux profonds dans la bande interdite de Fermi.

■ **Remarque :** La mobilité des électrons qui assurent la conduction en bandes d'énergie, ainsi que la mobilité des électrons qui déterminent la conduction par sauts, est de l'ordre de $10^{-12} \div 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}$, qui est nettement inférieur à l'ordre de grandeur de la mobilité des électrons dans le cas des métaux. Cette différence peut être expliquée par deux possibles effets qui se manifestent dans les isolant : *l'effet de la charge d'espace*, qui consiste en un freinage des électrons de conduction par une agglomération d'électrons (appelée charge d'espace) dans une certaine région de l'isolant, et *l'effet polaron* qui consiste en un freinage de chaque électron de conduction par un ansamble des molécules polaires qui le fixent entre elles, en réalisant un polaron. ■

5.3.2 Conduction électrique en champs électriques intenses. Claquage des isolants solides

On appelle *claquage d'un isolant* la perte subite de la propriété isolante d'un matériau soumis à un champ électrique. Autrement dit un claquage est déterminé par

l'apparition brusque d'un courant électrique intense pour une certaine valeur de l'intensité du champ électrique. La *rigidité diélectrique* ou *le champ de claquage* E_c est la valeur minimum de l'intensité du champ électrique auquel il apparaît le claquage de l'isolant.

La rigidité diélectrique E_c dépend de plusieurs paramètres, caractéristiques aux conditions expérimentales de détermination : la température, la forme géométrique de l'échantillon, la fréquence et la durée d'application de la tension, les caractéristiques du milieu ambiant dans lequel on fait la détermination, etc.

■ **Remarque :** Dans la pratique on utilise la rigidité diélectrique expérimentale qui diffère de la rigidité diélectrique intrinsèque (qui ne tient pas compte des facteurs énumérés auparavant). ■

Le claquage est un phénomène complexe et pour l'expliquer plusieurs théories ont été élaborées. Ainsi, selon le mécanisme qui le produit on peut avoir *claquage électrique*, (par *avalanche* ou *intrinsèque*), et *claquage thermique* (figure 5.9).

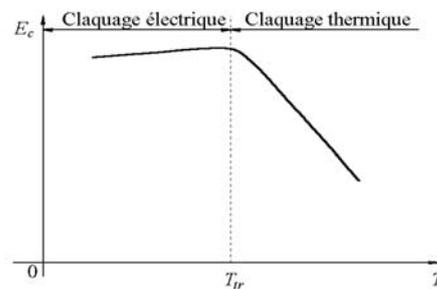


Figure 5.9: Variation de la rigidité diélectrique avec la température.

• Claquage électrique

Le claquage électrique est défini comme un claquage dans le déclenchement duquel, l'effet Joule lié à un courant précédant la décharge proprement dite, ne joue aucun rôle.

Claquage intrinsèque

Le claquage intrinsèque est dû à l'apparition d'un grand nombre d'électrons dans la bande de conduction. Ce type de claquage se produit dans un temps très court ($10^{-7} \div 10^{-8}$ s).

Il y a deux questions fondamentales qui se posent dans ce cas :

1. Quelle est l'origine des électrons qui arrivent dans la bande de conduction ;
2. Quel est le moyen par lequel les électrons transfèrent au réseau cristallin l'énergie

accumulée du champ électrique, en déterminant la destruction du matériau (l'apparition d'un canal de claquage).

Concernant la première question, on admet que les électrons arrivent dans la bande de conduction en faisant transitions à partir des niveaux additionnels introduit par les impuretés, ou de la bande de valence par effet tunnel. L'effet tunnel représente le passage d'un électron entre deux niveaux d'énergie, séparés par une barrière d'énergie, sans escalader la barrière, mais directement, en la traversant sans se modifier l'énergie.

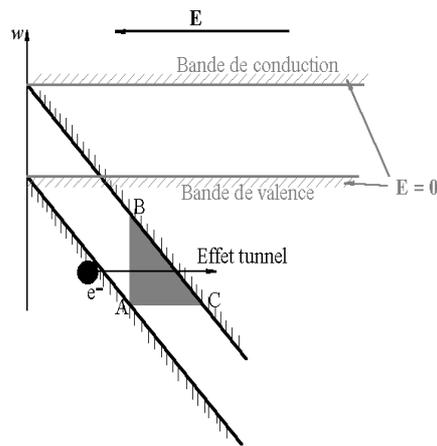


Figure 5.10: Effet tunnel dans un isolant.

Suite à l'application d'un champ électrique intense il se produit une très forte inclinaison des bandes de valence et bande de conduction (figure 5.10). Ainsi, la largeur AC , de la barrière ABC (que les électrons doivent escalader pour passer de la bande de valence dans la bande de conduction), devient suffisamment petite pour que l'effet tunnel soit très probable.

En ce qui concerne la deuxième question, le mécanisme de la formation des canaux de claquage peut se baser soit sur le chauffage local du matériau dû à l'agglomération des porteurs de charge, soit sur la "rupture" du matériau provoquée par des forces très fortes qui s'exercent entre les régions voisines restées sans électrons.

Claquage par avalanche d'électrons

Ce type de claquage se produit à cause de la multiplication des électrons la bande de conduction par l'ionisation en avalanche des particules du corps (atomes ou molécules).

Les électrons de la bande de conduction (qui déterminent l'avalanche) proviennent, soit de l'ionisation des impuretés, soit de la bande de valence par effet tunnel. Un modèle

très simple pour décrire la formation de l'avalanche est celui de Fröhlich et Seitz, qu'on présente par la suite.

On suppose que dans un cristal dans lequel se trouve un seul électron de conduction, on établit un champ électrique extérieur.

Entre deux chocs de l'électron avec le réseau, l'électron reçoit du champ électrique l'énergie :

$$w_a = qE\tilde{l}, \quad (5.16)$$

où $qE\tilde{l}$ est le travail mécanique effectué par la force électrique ($\mathbf{F} = q\mathbf{E}$), \tilde{l} est le chemin libre moyen (la distance moyenne entre deux chocs consécutifs subit d'un électron) et q est la charge de l'électron.

Soit w_t l'énergie d'un phonon du réseau. L'expression de cette énergie est $w_t = hf$, où h est la constante de Planck et f la fréquence de la vibration thermique de la particule tamponnée. Si $w_a < w_t$ l'électron subit un choc élastique, sans transfert d'énergie. Si, par contre, w_a est supérieure à w_t (mais inférieure à $2w_t$), il résulte que, au moment d'un choc, l'électron cède à la particule tamponnée l'énergie w_t et il lui reste une énergie résiduelle après ce choc. Ainsi, après chaque choc de l'électron avec le réseau, l'énergie résiduelle de l'électron augmente (par effet cumulatif) et, au moment d'un n -ième choc, l'énergie de l'électron devient suffisamment grande pour produire l'ionisation de la particule tamponnée, c'est-à-dire l'extraction d'un électron de la particule. Ce nouveau électron est aussi un électron de conduction, appartenant à la bande de conduction. Les deux électrons de conduction sont accélérés par le champ électrique, et après un certain temps ils auront une énergie suffisante pour ioniser deux autres particules du réseau, en résultant quatre électrons. Ainsi, dans un temps très court ($10^{-7} \div 10^{-8}$ s) il résulte une avalanche d'électrons de conduction, qui déterminent un courant très intense et, donc, le claquage de l'isolant.

La condition de la formation de l'avalanche est donc $w_a > w_t$, qui s'écrit $qE\tilde{l} > hf$, d'où il résulte $E > \frac{hf}{q\tilde{l}}$. Ainsi, la valeur minimum du champ à laquelle se produit le claquage, est

$$E_{ci} \approx \frac{hf}{q\tilde{l}}, \quad (5.17)$$

et elle s'appelle *rigidité diélectrique intrinsèque*.

- **Claquage thermique**

Le claquage thermique se produit surtout dans les isolants épais et qui ont une conductivité électrique élevée et une conductivité thermique petite.

Les pertes par conduction (par effet Joule) et par polarisation provoquent un dégagement de chaleur dans les isolants. Tant que la chaleur ainsi produite est supérieure à celle que l'isolant peut évacuer, la température augmente et un claquage se produit, appelé *claquage thermique*.

■ **Remarque :** En réalité un claquage d'un isolant solide n'est pas déterminé par un seul mécanisme des trois présentés auparavant, mais par une combinaison de ces mécanismes.

Dans les matériaux non homogènes apparaissent d'autres mécanismes (décharges partielles, arborescences (électriques ou d'eau), qui conduisent à la diminution de la rigidité diélectrique.

Dans le tableau 5.1 on présente les valeurs approximatives de la rigidité diélectrique pour quelques isolants couramment utilisés en électrotechnique.

Tableau 5.1: Valeurs approximatives de la rigidité diélectrique pour quelques isolants couramment utilisés en électrotechnique.

Matériau	Air	Huile minérale	Résines synthétiques	Carton comprimé
$E_c[\frac{MV}{m}]$	3 ÷ 3.2	15 ÷ 20	12 ÷ 100	9 ÷ 12
Matériau	Caoutchouc	Mica	Verre	Films isolants
$E_c[\frac{MV}{m}]$	10 ÷ 30	30 ÷ 100	10 ÷ centaines	60 ÷ 300

Troisième partie

Propriétés diélectriques des matériaux

Chapitre 6

Polarisation électrique

6.1 Notions générales

Avant de présenter les différents types de polarisations, on considère qu'il est utile de se rappeler quelques notions concernant les propriétés diélectriques des matériaux.

Il est connu que par dipôle électrique on comprend un système de deux charges ponctuelles $+q$ et $-q$ séparées par une distance \mathbf{d} . La grandeur qui caractérise le dipôle électrique est son moment électrique dipolaire \mathbf{p} défini comme $\mathbf{p} = q\mathbf{d}$ [Cm].

On appelle *polarisation électrique* \mathbf{P} [C/m²] une grandeur vectorielle qui représente la somme vectorielle des moments électriques dipolaires \mathbf{p}_i contenus dans l'unité de volume d'un matériau. Si on considère un volume infiniment petit du matériau ΔV , la polarisation \mathbf{P} est définie par la relation

$$\mathbf{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_i (\mathbf{p}_i)_{\Delta V}}{\Delta V}. \quad (6.1)$$

La polarisation peut être temporaire ou permanente. La polarisation temporaire \mathbf{P}_t est la polarisation qui est provoquée (induite) par le champ électrique \mathbf{E} et qui disparaît avec lui. Cette dépendance est exprimée par la loi de la polarisation électrique temporaire

$$\mathbf{P}_t = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}, \quad (6.2)$$

où ε_0 est la permittivité du vide ($\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m) et χ_e est la susceptibilité électrique.

La relation (6.2) peut être écrite

$$\mathbf{P}_t = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \mathbf{E}, \quad (6.3)$$

où $\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ s'appelle *permittivité relative*.

On appelle *diélectrique* un matériau dont la propriété électromagnétique fondamentale est d'être polarisable. Les diélectriques peuvent être divisés en matériaux polaires, qui sont constitués des molécules qui présentent un moment électrique spontané, et matériaux non-polaires.

Les classes fondamentales de polarisation sont la polarisation de déformation (électronique ou ionique) et la polarisation par orientation. En plus, des matériaux non-homogènes peuvent présenter une polarisation supplémentaire appelée polarisation interfaciale (ou de non-homogénéité).

Le champ local (ou intérieur) \mathbf{E}_0 qui exerce des actions sur les atomes ou molécules est

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E} + \frac{\gamma}{\varepsilon_0} \mathbf{P} \quad (6.4)$$

où γ est une constante structurale du matériau, \mathbf{E} est le champ extérieur et \mathbf{P} est la polarisation. La constante γ est nulle pour les gaz et $\gamma = \frac{1}{3}$ pour les corps à symétrie sphérique (comme les cristaux qui cristallisent en CFC, les corps amorphes, les réseaux de type NaCl, etc.).

On définit le *facteur de polarisation* α [F m²] par la relation

$$\alpha = \frac{p}{E_0}, \quad (6.5)$$

où p est le moment électrique équivalent induit par le champ local \mathbf{E}_0 .

Dans les quatre paragraphes qui suivent on décrit les types de polarisation rencontrés dans les diélectriques (homogènes ou non) obtenue sous l'action d'un champ continu.

6.2 Polarisation de déformation

Dans les diélectriques on rencontre deux types de polarisations de déformation : électronique et ionique.

6.2.1 Polarisation électronique

Cette polarisation est due à un déplacement relatif de l'ensemble des électrons qui entourent le noyau d'un atome par rapport au noyau.

Pour expliquer le mécanisme de la polarisation électronique, dans la figure 6.1.a on a représenté le modèle classique d'un atome, avec le noyau de charge positive $+q$ entouré par les électrons considérés contenus dans une sphère de charge $-q = -Zq_0$.

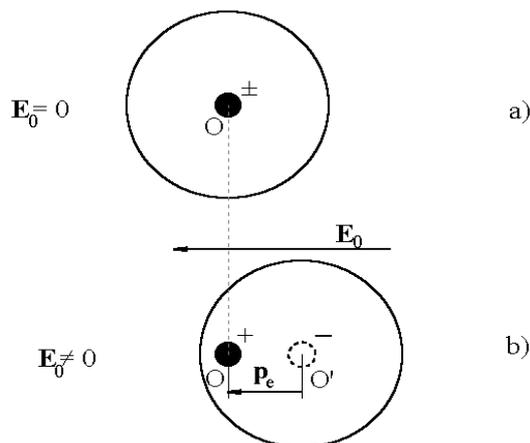


Figure 6.1: L'apparition du moment \mathbf{p}_e pour un atome.

On considère que en l'absence du champ électrique, aussi la charge $+q$ du noyau que la charge $-q$ de la sphère des électrons sont concentrés dans le point O , représentant le centre de la sphère, et donc aucun moment électrique n'est pas associé à l'atome.

Si sur l'atome agit un champ électrique \mathbf{E}_0 , une force électrique \mathbf{F} , de module $F = qE_0$, agit sur le noyau ainsi que sur la sphère des électrons, mais, puisque le noyau est beaucoup plus lourd que les électrons ($m_{\text{noyau}} \approx 1800 m_{\text{électron}}$) on peut considérer que le noyau reste immobile et que la sphère des électrons se déplace en sens contraire au champ (figure 6.1.b). Cela détermine l'apparition d'un moment électrique $\mathbf{p}_e = q\mathbf{l}$ pour chaque atome, où \mathbf{l} est la distance entre le centre du noyau (le point O) et le centre de la sphère des électrons (le point O') après l'application du champ \mathbf{E}_0 . La polarisation obtenue en faisant la somme des moments \mathbf{p}_e de l'unité de volume s'appelle polarisation électronique.

En utilisant le facteur de polarisation, l'expression du moment électrique \mathbf{p}_e s'écrit

$$\mathbf{p}_e = \alpha_e \mathbf{E}_0. \quad (6.6)$$

On démontre que

$$\alpha_e = 4\pi\epsilon_0 R^3, \quad (6.7)$$

où R est le rayon de l'atome.

Pour la polarisation électronique \mathbf{P}_e il résulte la relation

$$\mathbf{P}_e = N_e \mathbf{p}_e = N_e \alpha_e \mathbf{E}_0, \quad (6.8)$$

où N_e est la concentration des atomes du corps.

Comme \mathbf{P}_e est une polarisation temporaire (produite par \mathbf{E}), on peut écrire $\mathbf{P}_e = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$ et il résulte

$$N_e \alpha_e \mathbf{E}_0 = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E} \quad (6.9)$$

et après

$$\varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E} = N_e \alpha_e \left(E + \frac{\gamma}{\varepsilon_0} P_t \right) = N_e \alpha_e \left(\mathbf{E} + \frac{\gamma}{\varepsilon_0} \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E} \right). \quad (6.10)$$

Ensuite

$$\varepsilon_0 \chi_e = N_e \alpha_e (1 + \gamma \chi_e), \quad (6.11)$$

et, finalement pour la susceptibilité électronique χ_{ee} et pour la permittivité relative électronique ε_{re} on a :

$$\chi_{ee} = \frac{N_e \alpha_e}{\varepsilon_0 - \gamma N_e \alpha_e}, \quad (6.12)$$

$$\varepsilon_{re} = 1 + \frac{N_e \alpha_e}{\varepsilon_0 - \gamma N_e \alpha_e}. \quad (6.13)$$

■ Remarque :

1. Tous les atomes présentent, à des différentes degrés, ce type de polarisation qui s'établit en un temps très court et reste sensible jusqu'à des fréquences dépassant celles de la lumière visible (10^{15} Hz). En général tout diélectrique présente une polarisation électronique mais son poids dans la polarisation totale est très petite par rapport aux autres types de polarisation.
2. Les grandeurs ε_{re} et \mathbf{P}_e ne dépendent pas de la température, car la polarisation électrique est dû au déplacement des électrons liés, qui ne sont pas affectés par la température.
3. $\varepsilon_{re} = n^2$, où n est l'indice de réfraction du matériau.
4. Dans le cas des gaz $\varepsilon_{re} \approx 1$.
5. Dans le cas des métaux, la polarisation électronique est négligeable. Dans ce cas, comme d'une part, les électrons sont fortement liés aux noyaux des atomes, étant situés seulement sur les couches électroniques inférieurs (car les électrons de valence ont quitté les atomes) et d'autre part, les valeurs de \mathbf{E} sont très petites, ces électrons ne peuvent pas être déplacés.

■

6.2.2 Polarisation ionique

Ce type de polarisation est rencontré dans les cristaux ioniques. La polarisation ionique résulte du déplacement en sens contraires des ions de signes opposés. Cette polarisation s'établit plus lentement que la polarisation électronique, et elle se manifeste jusqu'aux des fréquences de l'infrarouge ($10^{13} \div 10^{14}$ Hz).

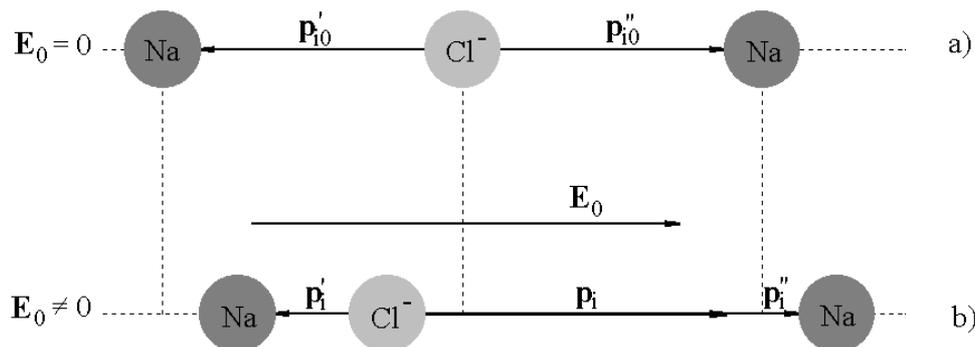


Figure 6.2: L'apparition du moment résultant \mathbf{p}_i pour deux paires d'ions.

Dans la figure 6.2 on considère trois ions voisins d'un cristal ionique. Si le champ local \mathbf{E}_0 est nul (figure 6.2.a) les moments électriques \mathbf{p}'_{io} et \mathbf{p}''_{io} des paires d'ions voisins, s'annulent en moyenne ($|\mathbf{p}'_{io}| = |\mathbf{p}''_{io}|$ et le corps est non polarisé ($\mathbf{p}_{io} = \mathbf{p}'_{io} + \mathbf{p}''_{io} = \mathbf{0}$ et donc $\mathbf{P}_{io} = \mathbf{0}$).

Si de l'extérieur on applique un champ électrique, alors le champ local \mathbf{E}_0 est aussi non nulle (figure 6.2 - b) et il exerce des forces électriques sur les ions qui se déplacent dans le sens du champ (les ions positifs) et dans le sens opposé (les ions négatifs). Par conséquent, la résultante de moments \mathbf{p}'_i et \mathbf{p}''_i , c'est-à-dire $\mathbf{p}_i = \mathbf{p}'_i + \mathbf{p}''_i$ est différente de zero (car $|\mathbf{p}'_i| \neq |\mathbf{p}''_i|$) et, donc, le corps est polarisé.

La relation entre le moment \mathbf{p}_i et le champ local \mathbf{E}_0 est

$$\mathbf{p}_i = \alpha_i \mathbf{E}_0, \quad (6.14)$$

où le facteur de polarisation ionique α_i a l'expression

$$\alpha_i = 8\pi\epsilon_0 a^3, \quad (6.15)$$

a étant la constante du réseau et ϵ_0 la permittivité absolue du vide.

La polarisation ionique \mathbf{P}_i s'exprime par la relation

$$\mathbf{P}_i = N_i \mathbf{p}_i = N_i \alpha_i \mathbf{E}_0, \quad (6.16)$$

où N_i est la concentration de paires d'ions (concentration de dipôles).

D'une façon similaire à celle de la polarisation électronique, on trouve pour le calcul de la susceptibilité ionique χ_{ei} et de la permittivité relative ionique ε_{ri} les relations :

$$\chi_{ei} = \frac{N_i \alpha_i}{\varepsilon_0 - \gamma N_i \alpha_i}, \quad (6.17)$$

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{N_i \alpha_i}{\varepsilon_0 - \gamma N_i \alpha_i}. \quad (6.18)$$

■ **Remarque :**

1. Les corps qui présentent une polarisation ionique, présentent aussi une polarisation électronique, mais, comme on a mentionné dans le paragraphe précédent, la polarisation ionique est généralement prédominante. Autrement dit

$$\varepsilon_{ri} > \varepsilon_{re}.$$

2. ε_{ri} augmente avec la température, mais pas beaucoup aux températures usuelles. À l'augmentation de la température, α_i augmente aussi parce que l'agitation thermique favorise le déplacement des ions sous l'action du champ électrique.

■

6.3 Polarisation par orientation (de relaxation)

Ce type de polarisation apparaît seulement dans les matériaux polaires, c'est-à-dire dans les matériaux dont les molécules (appelées aussi polaires) présentent un moment électrique spontané, indépendant de l'existence d'un champ extérieur. On note le moment électrique associé à une molécule polaire par \mathbf{p}_p .

En l'absence d'un champ électrique extérieur, les moments dipolaires des molécules polaires sont orientés de façon aléatoire, de sorte qu'il n'y a pas de polarisation macroscopique observable (figure 6.3). Sous l'effet d'un champ électrique les moments électriques ont la tendance de s'aligner (le champ oriente les molécules vers sa direction et dans son sens). Ainsi, \mathbf{E}_0 et \mathbf{p}_p ont la tendance d'être homoparallèles pour minimiser l'énergie potentielle des molécules. Il en résulte une polarisation appelée *polarisation par orientation*, qui se manifeste jusqu'à des fréquences comprises entre 1 kHz et 1 MHz.

■ **Remarque :** Lorsque la température augmente, l'agitation thermique s'intensifie, l'orientation des molécules devient plus difficile et, par conséquent, la polarisation par orientation \mathbf{P}_o diminue. ■

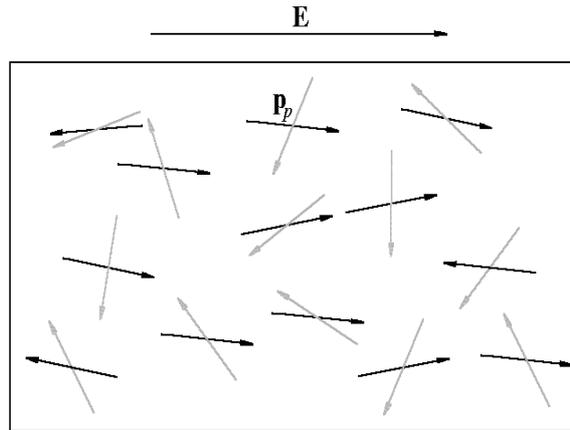


Figure 6.3: L'orientation des moments dipolaires polaires par un champ électrique E_0

On peut écrire la relation

$$\mathbf{p}_o = \alpha_o \mathbf{E}_0, \quad (6.19)$$

où \mathbf{p}_o est le moment équivalent (moyen) induit par le champ \mathbf{E}_0 et

$$\alpha_o = \frac{\text{const}}{T} \quad (6.20)$$

est le facteur de polarisation d'orientation.

Pour la polarisation par orientation \mathbf{P}_o il existe la relation

$$\mathbf{P}_o = N_o \mathbf{p}_o = N_o \alpha_o \mathbf{E}_0. \quad (6.21)$$

Dans ce cas, les relations pour la susceptibilité d'orientation χ_{eo} et pour la permittivité relative d'orientation ε_{ro} sont :

$$\chi_{eo} = \frac{N_o \alpha_o}{\varepsilon_0 - \gamma N_o \alpha_o}, \quad (6.22)$$

$$\varepsilon_{ro} = 1 + \frac{N_o \alpha_o}{\varepsilon_0 - \gamma N_o \alpha_o}. \quad (6.23)$$

■ **Remarque :** La polarisation d'orientation \mathbf{P}_o a les valeurs les plus grandes par rapport aux autres type de polarisation (électronique et ionique). On a, donc :

$$\varepsilon_{ro} > \varepsilon_{ri} > \varepsilon_{re}.$$

■

6.4 Polarisation interfaciale

La polarisation interfaciale (migrationale, de non homogénéité) est une polarisation supplémentaire, rencontrée dans les corps non homogènes, due au champ électrique produit par l'accumulation des charges électriques sur les surfaces S qui separent les régions homogènes du diélectriques.

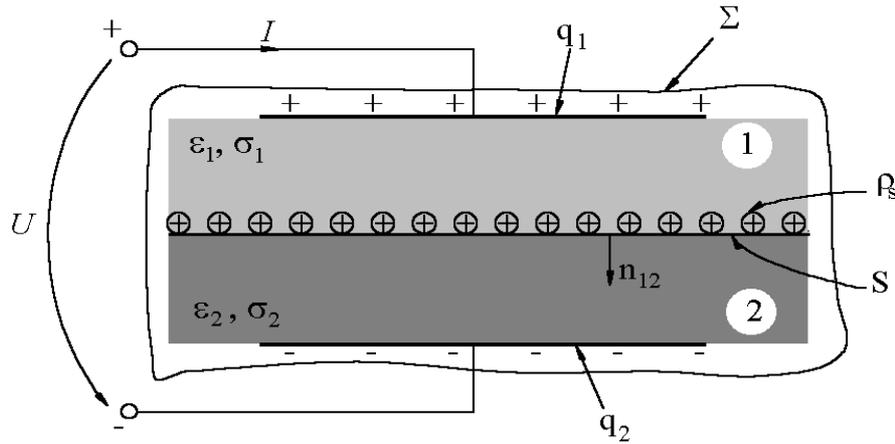


Figure 6.4: Diélectrique non homogène qui présente une polarisation interfaciale.

On peut écrire

$$\mathbf{P}_n = \mathbf{P} - \mathbf{P}_0, \quad (6.24)$$

où \mathbf{P}_n est la polarisation interfaciale, \mathbf{P} est la polarisation du matériau en présence des charges accumulées sur S et \mathbf{P}_0 est la polarisation du matériau avant l'accumulation des charges sur S . Donc, les charges qui restent fixées sur les surfaces de séparation des régions homogènes déterminent un champ électrique supplémentaire qui intensifie les polarisations de déformation (électronique, ionique) et la polarisation par orientation.

Conclusion : La polarisation interfaciale consiste en l'intensification des polarisations de déformation et par orientation.

Par la suite, on déduit la condition d'accumulation de la charge ρ_S sur la surface S , c'est-à-dire la condition d'apparition de la polarisation de non homogénéité \mathbf{P}_n . Dans ce but, on considère un condensateur avec un diélectrique non homogène constitué de deux diélectriques homogènes caractérisés par ε_1, σ_1 , et ε_2, σ_2 . On suppose que la conduction ionique est prédominante et que les porteurs de charge sont les ions positifs uniquement. On considère que les mobilités des porteurs sont différentes dans les deux régions et on suppose que la mobilité dans la région 1 est supérieure à celle de la région 2. Ainsi,

lorsque on applique un champ électrique comme dans la figure 6.4, le nombre d'ions qui arrive sur S en venant de la region 1 est supérieur au nombre d'ions qui quittent S vers la region 2 et, en conséquence, des ions s'accumulent sur S. Ces ions produisent un champ électrique supplémentaire qui détermine une polarisation supplémentaire, qui est la polarisation interfaciale. Afin de déterminer la condition de l'accumulation des charges ρ_s on écrit sur S les relations qui suivent.

La loi du flux électrique est

$$\operatorname{div}_s \mathbf{D} = \mathbf{n}_{12} \cdot (\varepsilon_2 \mathbf{E}_2 - \varepsilon_1 \mathbf{E}_1) = \varepsilon_2 E_{n2} - \varepsilon_1 E_{n1} = \rho_s, \quad (6.25)$$

où \mathbf{D} est l'induction électrique, et \mathbf{E}_1 et \mathbf{E}_2 sont les intensités du champ électrique dans la region 1 et, respectivement, 2.

La loi de la conservation de la charge électrique dans le régime stationnaire considéré après l'accumulation des charges (quand ρ_s est constante et, donc, $\frac{d\rho_s}{dt} = 0$) s'écrit

$$\operatorname{div}_s \mathbf{J} = 0. \quad (6.26)$$

Il résulte que

$$\mathbf{n}_{12} \cdot (\mathbf{J}_2 - \mathbf{J}_1) = 0 \quad \text{d'où} \quad J_{n1} = J_{n2} = J_n, \quad (6.27)$$

où \mathbf{J}_1 et \mathbf{J}_2 sont les densités de courant dans la region 1 et, respectivement, 2.

La loi de la conduction électrique $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ s'écrit pour les composantes normales, dans les deux regions

$$J_{n1} = \sigma_1 E_{n1} \quad \text{et} \quad J_{n2} = \sigma_2 E_{n2}. \quad (6.28)$$

Il résulte que

$$E_{n1} = \frac{J_{n1}}{\sigma_1} \quad \text{et} \quad E_{n2} = \frac{J_{n2}}{\sigma_2}. \quad (6.29)$$

Ainsi, la relation (6.25) devient

$$\rho_s = \varepsilon_2 \frac{J_{n2}}{\sigma_2} - \varepsilon_1 \frac{J_{n1}}{\sigma_1} = J_n \left(\frac{\varepsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1} \right). \quad (6.30)$$

Mais $J_n \neq 0$ et, donc, sur S s'accumule une charge électrique $\rho_s \neq 0$ seulement si la condition $\frac{\varepsilon_2}{\sigma_2} \neq \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1}$ est satisfaite.

On note par $\tau_1 = \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1}$ et $\tau_2 = \frac{\varepsilon_2}{\sigma_2}$ et on les appelle *temps de relaxation*.

■ **Remarque :**

1. Le temps de relaxation $\tau = \frac{\epsilon}{\sigma}$ est l'intervalle de temps depuis l'annulation du champ électrique appliqué à l'isolant pendant lequel la charge électrique du chaque point de l'isolant décroît de "e" fois. (Voir la théorème de la relaxation de la charge électrique $\rho = \rho_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$.)

Ne pas confondre ce temps de relaxation τ avec le temps de relaxation défini dans le cadre de la conduction des métaux (voir paragraphe 2.1.2).

2. Les corps non homogènes présentent ϵ_r supérieure aux corps homogènes.
3. Pour les condensateurs avec le diélectrique non homogène, la capacité ne peut pas être calculée comme le rapport entre la charge d'une armature et la différence de potentiel entre les armatures.

(Soit Σ comme dans la figure 6.4. La loi du flux électrique s'écrit $q_1 + q_2 + q_s = \oint_{\Sigma} \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} dA = 0$ et il résulte $|q_1| \neq |q_2|$. Alors, dans ce cas on ne peut pas définir la capacité par $C = \frac{q}{U}$)

■

6.5 Equation Clausius-Mosotti

L'équation Clausius-Mosotti est une relation entre la permittivité relative ϵ_r et les concentrations des dipôles électriques, pour un corps qui présente les trois mécanismes de polarisation : électronique, ionique, et par orientation.

Afin de déterminer cette équation on considère un diélectrique linéaire, homogène et isotrope dans lequel la polarisation totale \mathbf{P} est

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_e + \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_o = (N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o) \mathbf{E}_0 = (N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o) \left(\mathbf{E} + \frac{\gamma}{\epsilon_0} \mathbf{P} \right), \quad (6.31)$$

où \mathbf{P}_e , \mathbf{P}_i et \mathbf{P}_o sont les polarisations électronique, ionique et d'orientation, N_e , N_i et N_o sont les concentrations des dipôles correspondants, α_e , α_i et α_o sont les facteurs de polarisation correspondants, et \mathbf{E}_0 est le champ électrique local ($\mathbf{E}_0 = \mathbf{E} + \frac{\gamma}{\epsilon_0} \mathbf{P}$).

En tenant compte du fait que \mathbf{P} est une polarisation temporaire qui s'exprime $\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$ (où χ_e est la susceptibilité du matériau), la relation (6.31) devient

$$\mathbf{P} = \frac{N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o}{1 - \frac{\gamma}{\epsilon_0} (N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o)} \mathbf{E} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}, \quad (6.32)$$

d'où il résulte

$$\chi_e = \frac{N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o}{\varepsilon_0 - \gamma(N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o)} = \varepsilon_r - 1. \quad (6.33)$$

Pour les corps où $\gamma = \frac{1}{3}$ et, ainsi la relation (6.33) devient

$$\varepsilon_r - 1 = \frac{3(N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o)}{3\varepsilon_0 - (N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o)},$$

et après

$$3\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1) = (N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o)(\varepsilon_r + 2).$$

Finalement, on obtient la relation

$$\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{1}{3\varepsilon_0}(N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o), \quad (6.34)$$

qui s'appelle l'équation Clausius-Mossoti.

6.6 Permittivité des diélectriques en champs électriques harmoniques

On appelle *champ électrique harmonique* le champ électrique dont l'intensité maintient sa direction en temps, mais qui change périodiquement son module et son sens. On suppose que de l'extérieur on applique au matériau un champ électrique qui a une variation sinusoïdale

$$E(t) = \hat{E} \sin \omega t.$$

Puisque E a une variation sinusoïdale, il résulte que le champ local E_0 , la polarisation P , et l'induction électrique D ont aussi une variation sinusoïdale. On peut donc exprimer ces grandeurs en complexe simplifié en obtenant : \underline{E} , \underline{E}_0 , \underline{P} , et \underline{D} . Ainsi, pour un diélectrique soumis à un champ sinusoïdale on a des facteurs de polarisation complexes, fonctions de la pulsation. L'équation de Clausius-Mosotti montre que la permittivité relative est alors, elle aussi une grandeur complexe :

$$\underline{\varepsilon}_r = \varepsilon'_r - j\varepsilon''_r. \quad (6.35)$$

Avec $\underline{\varepsilon}_r$ on peut écrire en complexe les lois

$$\underline{P}_t = \varepsilon_0 \underline{\chi}_e \underline{E} \quad \text{et} \quad \underline{D} = \varepsilon_0 \underline{\varepsilon}_r \underline{E}, \quad (6.36)$$

où $\underline{\chi}_e = \underline{\varepsilon}_r - 1$.

La partie réelle ε'_r de la permittivité complexe a la même signification physique que ε_r en champs constants, étant la permittivité relative qu'on utilise dans la définition de la capacité d'un condensateur.

La partie imaginaire ε''_r caractérise les pertes d'un diélectrique dues à la polarisation du matériau, comme on présente dans le paragraphe suivant.

La variation en fonction de fréquence des grandeurs ε'_r et ε''_r est présenté dans la figure 6.5.

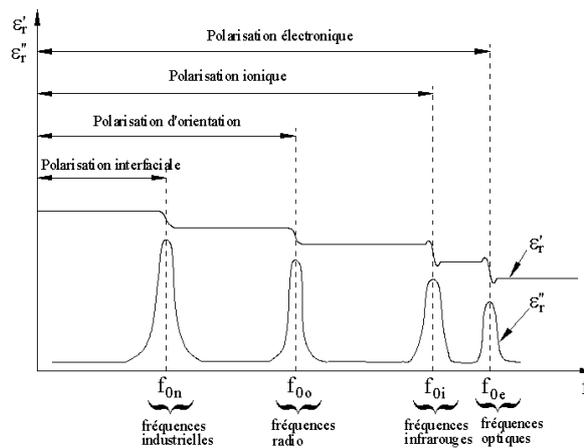


Figure 6.5: Variation de ε'_r et ε''_r en fonction de la fréquence.

On observe que pour les fréquences différentes des fréquences f_o, f_i ou f_e la variation de ε'_r et ε''_r est négligeable, tandis que au voisinage de f_o, f_i ou f_e , aussi ε'_r que ε''_r présentent des variations très importantes.

Lorsque la fréquence du champ augmente beaucoup, on constate que au-delà d'une certaine valeur appelée *fréquence propre*, les dipôles caractéristiques à un type de polarisation ne peuvent plus suivre les rapides variations du champ, leur orientation devient aléatoire et ce type de polarisation disparaît. Autour d'une fréquence propre l'absorption d'énergie par le matériau est importante et, donc, ε''_r présente un maximum.

Ainsi, au delà de f_n la polarisation de non homogénéité disparaît, au delà de f_o la polarisation d'orientation disparaît, au delà de f_i la polarisation ionique disparaît et au delà de f_e la polarisation électronique disparaît. Donc, pour $f > f_e$ le corps ne se polarise plus et $\varepsilon_r \approx 1$.

Chapitre 7

Pertes diélectriques

Une partie de l'énergie du champ électrique se dissipe dans le matériau isolant, due à la polarisation et à la conduction électrique du matériau, et se transforme en chaleur. La vitesse de variation en temps de cette énergie perdue dans l'isolant représente ce qu'on appelle *pertes diélectriques*. Ainsi, dans un isolant il y a deux types importants de pertes.

1. *Pertes par conduction électriques* P_C

Ces pertes (appelées aussi pertes par effet Joule) sont dues à la conduction ohmique du diélectrique. Plus la conductivité augmente, plus les pertes par conduction augmentent aussi. Ce type de pertes sont présentes aussi en champs stationnaires que en champs variables en temps.

2. *Pertes par hystérésis diélectrique* (pertes diélectriques de polarisation) P_h

Ces pertes sont dues à la polarisation du diélectrique et elles sont rencontrées seulement en champs électriques variables en temps.

Dans le cas des corps non homogènes il y a en plus d'autres pertes correspondantes aux décharges partielles ou aux arborescences (électriques ou d'eau), pertes qui ne sont pas directement liées à la conduction ou à la polarisation des corps. Les pertes diélectriques ne modifient pas substantiellement le rendement énergétique des installations ou des équipements électriques, mais elles contribuent au vieillissement des systèmes d'isolation et, donc, à la diminution de la durée de vie des équipements.

7.1 Pertes par hystérésis diélectrique

Lorsque sur un diélectrique on applique brusquement un champ électrique constant (un échelon de champ), la polarisation \mathbf{P} n'arrive pas brusquement à la valeur maximale,

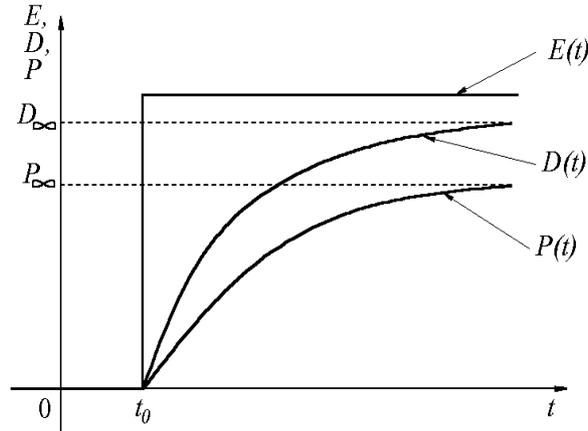


Figure 7.1: Variation retardée de P et D par rapport à E .

mais après un certain temps, nécessaire aux dipôles électriques pour accumuler l'énergie nécessaire pour se tourner sous l'action du champ. En conséquence, \mathbf{P} est retardée par rapport à \mathbf{E} . Comme à tout moment et dans chaque point du diélectrique $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$, il résulte que \mathbf{D} est retardée par rapport à \mathbf{E} . Ce phénomène de retard de la polarisation \mathbf{P} et, respectivement, de l'induction électrique \mathbf{D} , par rapport au champ électrique s'appelle *hystérésis diélectrique*.

On considère un champ électrique harmonique

$$E(t) = E_m \sin \omega t. \quad (7.1)$$

Puisque \mathbf{D} est retardée par rapport à \mathbf{E} , on peut écrire

$$D(t) = D_m \sin(\omega t - \delta_h), \quad (7.2)$$

où δ_h est le déphasage entre \mathbf{D} et \mathbf{E} et il s'appelle *angle des pertes par hystérésis diélectrique*.

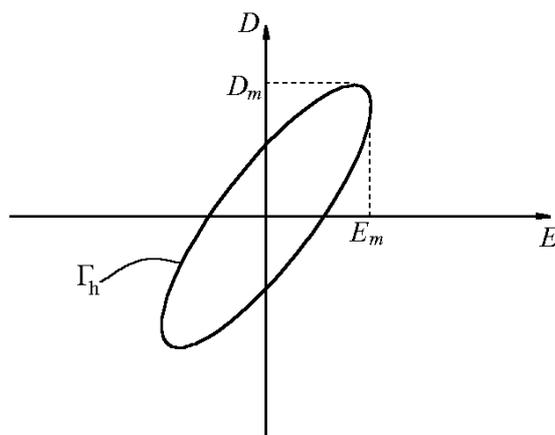
Les équations (7.1) et (7.2) représentent les équations paramétriques d'une ellipse (figure 7.2), dont l'aire

$$A_h = \int_{\Gamma_H} E \, dD,$$

est proportionnelle avec les pertes par hystérésis diélectrique. En représentant les équations (7.1) et (7.2) en complexe simplifié on obtient les relations :

$$\underline{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = E = E_{ef}, \quad (7.3)$$

$$\underline{D} = \frac{D_m}{\sqrt{2}} \exp(-j\delta_h) = \frac{D_m}{\sqrt{2}} (\cos \delta_h - j \sin \delta_h), \quad (7.4)$$

Figure 7.2: Ellipse $D(E)$

d'où, pour la permittivité complexe $\underline{\varepsilon}$ il résulte l'expression

$$\underline{\varepsilon} = \frac{D}{E} = \frac{D_m}{E_m} (\cos \delta_h - j \sin \delta_h) = \varepsilon_m (\cos \delta_h - j \sin \delta_h) = \varepsilon' - j \varepsilon''.$$

Ainsi, les parties réelles et imaginaires de $\underline{\varepsilon}$ ont les expressions :

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 \varepsilon'_r = \varepsilon_m \cos \delta_h, \quad (7.5)$$

$$\varepsilon'' = \varepsilon_0 \varepsilon''_r = \varepsilon_m \sin \delta_h, \quad (7.6)$$

$$\operatorname{tg} \delta_h = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon''_r}{\varepsilon'_r}, \quad (7.7)$$

où ε' est la permittivité utilisée dans l'étude des condensateurs (dans la définition de la capacité) et ε'' caractérise le retard de la polarisation par rapport au champ électrique, respectivement les pertes dues au hystérésis électrique. La grandeur $\operatorname{tg} \delta_h$ est appelée *facteur de pertes par hystérésis diélectrique*.

■ **Remarque :** Il y a des matériaux, appelés ferroélectriques, auxquelles la dépendance $D(E)$ est une courbe d'hystérésis même en champs électrostatiques. ■

A une variation infinitésimale de l'intensité du champ électrique E , correspond une variation dD de l'induction électrique, et donc une variation $dw_e = E dD$ de la densité volumique de l'énergie électrique.

La vitesse de variation en temps de cette énergie de l'unité de volume est

$$p_h(t) = \frac{dw_e}{dt} = E \frac{dD}{dt} = EJ_D, \quad (7.8)$$

où $J_D = \frac{dD}{dt}$ est la densité du courant de déplacement. A la grandeur $p_h(t)$ qui est variable en temps correspond, en complexe, la puissance apparente \underline{S}_h , qui a l'expression :

$$\underline{S}_h = \underline{E} \underline{J}_D^* = \underline{E} (j\omega \underline{D})^* = \underline{E} (j\omega \underline{\varepsilon} \underline{E})^* = E^2 (-j)\omega(\varepsilon' + j\varepsilon'') = \omega\varepsilon'' E^2 - j\omega\varepsilon' E^2 = p_h + jq_h.$$

La partie réelle $p_h = \omega\varepsilon'' E^2$ est la densité volumique de la puissance active dissipée dans le diélectrique par la polarisation du diélectrique c'est-à-dire la densité volumique des pertes par hystérésis diélectrique .

La partie imaginaire $q_h = -\omega\varepsilon' E^2$ est la vitesse maximale de la variation de la densité volumique de l'énergie du diélectrique (la densité volumique de la puissance réactive).

7.2 Pertes par conduction électrique

La puissance développée dans l'unité de volume par effet Joule est

$$p(t) = EJ, \quad (7.9)$$

où E est l'intensité du champ électrique et J est la densité du courant de conduction.

Dans le cas d'un champ sinusoïdal, à la grandeur $p(t)$ variable en temps correspond en complexe la puissance apparente

$$\underline{S}_c = \underline{E} \underline{J}^*. \quad (7.10)$$

Comme $\underline{J} = \sigma \underline{E}$ on a

$$\underline{S}_c = \underline{E} \underline{J}^* = \sigma E^2 = p_c + jq_c.$$

Il résulte que la densité volumique des pertes par conduction est

$$p_c = \sigma E^2, \quad (7.11)$$

tandis que la partie imaginaire de la puissance apparente \underline{S}_c est nulle ($q_c = 0$).

7.3 Pertes totales

Les pertes totales de l'unité de volume p_t s'obtiennent en faisant la somme des deux composantes p_h et p_c déterminées auparavant.

$$p_t = p_h + p_c = \omega\varepsilon'' E^2 + \sigma E^2 = (\omega\varepsilon'' + \sigma) E^2 = (\omega\varepsilon' \operatorname{tg} \delta_h + \sigma) E^2 = \omega\varepsilon' \left(\operatorname{tg} \delta_h + \frac{\sigma}{\omega\varepsilon'} \right) E^2. \quad (7.12)$$

Avec les notations

$$\operatorname{tg} \delta_c = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon'}, \quad \text{et} \quad (7.13)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \delta_h + \frac{\sigma}{\omega \varepsilon'} = \operatorname{tg} \delta_h + \operatorname{tg} \delta_c, \quad (7.14)$$

la relation (7.12) devient

$$p_t = \omega \varepsilon' E^2 \operatorname{tg} \delta. \quad (7.15)$$

Pour la densité volumique de la puissance réactive totale on a

$$q_t = q_h + q_c = -\omega \varepsilon' E^2. \quad (7.16)$$

On peut donc écrire

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{p_t}{|q_t|}, \quad (7.17)$$

où $\operatorname{tg} \delta$ est la tangente de l'angle de pertes totales, par conduction et polarisation, appelée souvent facteur de pertes totales.

Application : condensateur réel (avec pertes)

On considère un condensateur plan réel (avec pertes) qui a un diélectrique homogène d'épaisseur g et la surface des armatures S (figure 7.3). Entre les armatures on applique une tension sinusoïdale de valeur efficace U . Comme le condensateur est plan, le champ est considéré uniforme, et donc on peut écrire

$$E = U/g. \quad (7.18)$$

La puissance réactive totale dans le volume du diélectrique est

$$Q = q_t V = -\omega \varepsilon' E^2 S g = -\omega \varepsilon' \frac{S}{g} U^2. \quad (7.19)$$

De la théorie de circuits on sait que

$$Q = \frac{U^2}{X_C} = \frac{U^2}{-\frac{1}{\omega C}} = -\omega C U^2. \quad (7.20)$$

De (7.18) et (7.19) il résulte pour la capacité C la relation

$$C = \frac{\varepsilon' S}{g}. \quad (7.21)$$

On remarque que ε' a la même signification physique que la permittivité ε en champ continu.

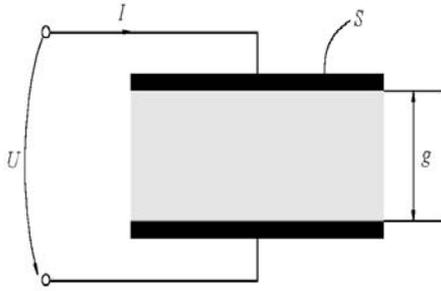


Figure 7.3: Condensateur plan.

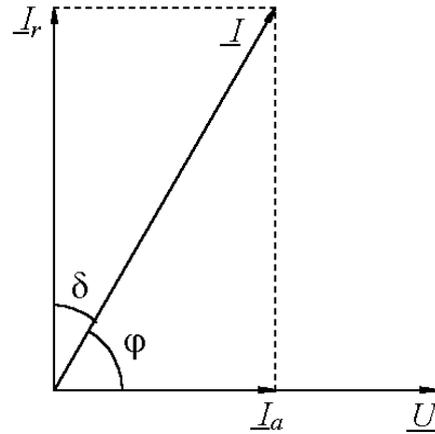


Figure 7.4: Déphasage entre tension et courant pour un condensateur réel.

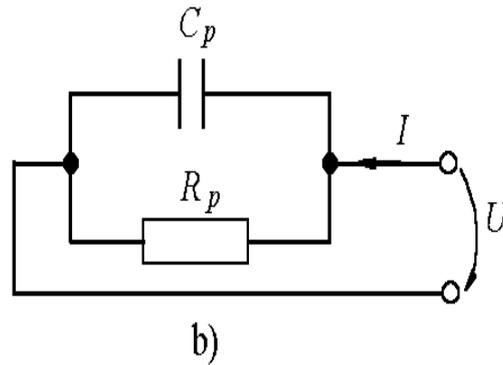
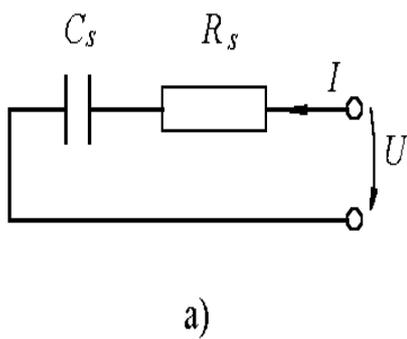


Figure 7.5: Schémas équivalents d'un condensateur réel.

Pour les pertes totales P , il résulte

$$P = p_t V = \omega \varepsilon' E^2 S g \operatorname{tg} \delta = \omega \varepsilon' \frac{S}{g} U^2 \operatorname{tg} \delta. \quad (7.22)$$

En utilisant (7.21) il résulte

$$P = \omega C U^2 \operatorname{tg} \delta. \quad (7.23)$$

Du (7.20) et (7.23) il résulte que le facteur de pertes a l'expression

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{P}{|Q|}.$$

Ainsi, on observe que $\operatorname{tg} \delta = 1/(\operatorname{tg} \varphi)$, et donc $\delta = \pi/2 - \varphi$ (figure 7.4), où φ est le déphasage entre la tension U et le courant I qui parcourt le diélectrique.

En conséquence, un conducteur réel doit être représenté par un schéma équivalent avec deux éléments idéaux : une capacité et une résistance électrique (correspondante aux pertes diélectriques). Les plus simples schémas équivalents d'un condensateur réel sont le schéma série (figure 7.5 - a) et le schéma parallèle (figure 7.5 - b). D'habitude, le schéma série est utilisé pour valeurs élevées de $\text{tg } \delta$, tandis que le schéma parallèle s'utilise pour valeurs réduites de $\text{tg } \delta$.

Quatrième partie

Propriétés magnétiques des matériaux

Chapitre 8

Types de magnétisme

8.1 Notions générales

Les grandeurs qui caractérisent complètement le champ magnétique dans un corps sont l'induction magnétique \mathbf{B} et l'intensité du champ magnétique \mathbf{H} . L'état d'aimantation d'un corps est caractérisé dans chaque point du corps par le vecteur aimantation \mathbf{M} qui représente la somme vectorielle des moments magnétiques \mathbf{m}_i contenus dans l'unité de volume du corps. En considérant un volume infiniment petit ΔV , l'aimantation \mathbf{M} est obtenue par la relation

$$\mathbf{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_i (\mathbf{m}_i)_{\Delta V}}{\Delta V}. \quad (8.1)$$

La liaison entre \mathbf{B} , \mathbf{H} et \mathbf{M} est exprimée par la loi $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$, où $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m est la perméabilité magnétique du vide. L'aimantation peut être temporaire ou permanente. L'aimantation temporaire est l'aimantation induite par l'intensité du champ magnétique et qui s'annule en son absence. La loi de l'aimantation temporaire s'écrit $\mathbf{M}_t = \chi_m \mathbf{H}$ où χ_m est la susceptibilité magnétique. L'aimantation permanente est l'aimantation qui existe même en l'absence du champ magnétique appliqué au matériau.

La dépendance entre \mathbf{B} et \mathbf{H} peut être écrite $\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$, où μ_r est la perméabilité magnétique relative et $\mu = \mu_0 \mu_r$ est la perméabilité absolue.

Du point de vue de leurs propriétés magnétiques les matériaux se classifient en : *diamagnétiques*, *paramagnétiques*, *ferromagnétiques*, *ferrimagnétiques* et *antiferromagnétiques*. Les paramagnétiques, les ferromagnétiques, les ferrimagnétiques et les antiferromagnétiques sont constitués des particules polaires (du point de vue magnétique), c'est-à-dire des particules qui présentent un moment magnétique spontané (en l'absence

du champ magnétique), tandis que les diamagnétiques sont constitués des particules non polaires.

D'autre part on peut diviser les matériaux en : *matériaux non magnétiques* et *matériaux magnétiques*. Les matériaux non magnétiques présentent une aimantation faible parce que la susceptibilité et la perméabilité magnétique ont des valeurs très réduites. Les diamagnétiques, les paramagnétiques et les antiferromagnétiques sont les matériaux non magnétiques. Pour les matériaux magnétiques, les valeurs de la susceptibilité et de la perméabilité magnétique sont élevées (centaines, milliers ou, même dizaines de milliers). De cette catégorie font partie les ferromagnétiques et les ferrimagnétiques

Le champ magnétique qui agit localement sur les particules et qui détermine l'aimantation du matériau est le champ local (ou intérieur) \mathbf{H}_0 , qui a l'expression

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{H} + \gamma\mathbf{M}, \quad (8.2)$$

où \mathbf{H} est l'intensité du champ magnétique extérieur, \mathbf{M} est l'aimantation et γ est une constante structurale (appelée constante de Weiss). La constante de Weiss est nulle pour les matériaux non magnétiques, tandis que pour les matériaux magnétiques elle prend les valeurs $\gamma = 10^3 \div 10^4$.

8.2 Diamagnétisme

Le diamagnétisme est dû à un mouvement orbital des électrons liés (en atomes, ions ou molécules), provoqué par le champ magnétique appliqué au matériau. Par conséquent, l'aimantation diamagnétique est présente dans tous les matériaux, inclusivement dans les matériaux à particules polaires, mais son poids dans l'aimantation totale est très réduite par rapport aux autres types d'aimantations. Parmi les matériaux diamagnétiques (qui présente seulement l'aimantation diamagnétique) on mentionne Cu, Au, Ag, Zn, Pb, les gaz nobles, etc.

Pour expliquer le phénomène d'obtention de l'aimantation diamagnétique on considère le cas très simple d'un atome de hydrogène avec le centre dans le point O (figure 8.1). En l'absence d'un champ magnétique, l'électron se déplace autour du noyau sur l'orbite Γ_0 , avec la vitesse \mathbf{v}_0 . Lorsqu'on applique le champ magnétique local \mathbf{H}_0 , celui-ci exerce une action sur l'électron, qui détermine la rotation de l'orbite Γ_0 autour de l'axe parallèle à \mathbf{H}_0 . Ainsi, par exemple le point P de l'orbite Γ_0 va décrire le cercle Γ_L dans un plan perpendiculaire sur l'axe parallèle au champ qui passe par le point O. A ce mouvement, appelé *pécession Larmor*, il correspond, donc, une rotation supplémentaire

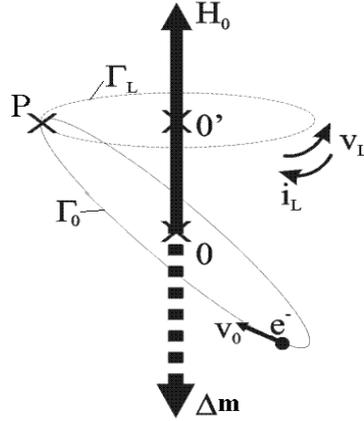


Figure 8.1: Precession Larmor pour un atome de hydrogène.

(de vitesse \mathbf{v}_L) de l'électron dans le sens trigonométrique associé à l'orientation de \mathbf{H}_0 . Le sens de \mathbf{v}_L ne dépend pas du sens de rotation de l'électron sur Γ_0 .

La rotation supplémentaire de l'électron sur Γ_L avec \mathbf{v}_L est assimilée à un courant microscopique i_L qui détermine l'apparition d'un moment magnétique $\Delta\mathbf{m}$ orienté dans le sens opposé au \mathbf{H}_0 .

Si on considère un atome quelconque qui a Z électrons, alors à chaque électron de l'atome correspond un moment magnétique $\Delta\mathbf{m}_i$ et le moment magnétique résultant de l'atome est

$$\mathbf{m}_d = \sum_{i=1}^Z \Delta\mathbf{m}_i. \quad (8.3)$$

En notant par N la concentration volumique des atomes du corps, il résulte que l'aimantation \mathbf{M}_d du matériau diamagnétique a l'expression

$$\mathbf{M}_d = N\mathbf{m}_d. \quad (8.4)$$

Comme pour chaque atome, \mathbf{m}_d est antiparallèle à \mathbf{H}_0 , il résulte que \mathbf{M}_d est aussi antiparallèle à \mathbf{H}_0 et, puisque $\gamma = 0$ pour les diamagnétiques, il résulte que \mathbf{M}_d est antiparallèle à \mathbf{H} . Ainsi, comme $\mathbf{M}_d = \chi_m \mathbf{H}$, il résulte que la susceptibilité diamagnétique est négative ($\chi_{md} < 0$). L'amplitude de la susceptibilité diamagnétique est très faible, étant comprise entre 10^{-5} et 10^{-6} et, donc, l'aimantation qui en résulte est, aussi, très faible.

■ **Remarque :** Les matériaux diamagnétiques sont linéaires, c'est-à-dire la caractéristique $M(H)$ est linéaire. ■

8.3 Paramagnétisme

Les matériaux paramagnétiques (comme, par exemple, Al, Cr, Mn, Na) sont constitués des particules polaires (qui présentent, donc, un moment magnétique spontané). En l'absence du champ magnétique appliqué de l'extérieur, les moments magnétiques des particules \mathbf{m}_p sont orientés de manière chaotique, aléatoire, à cause de l'agitation thermique et donc, le matériau n'est pas aimanté (figure 8.2).

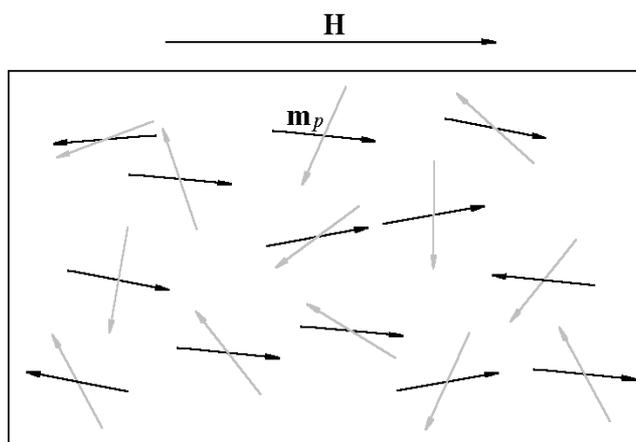


Figure 8.2: L'orientation de moments \mathbf{m}_p par un champ magnétique, pour un matériau paramagnétique.

Un champ magnétique \mathbf{H}_0 a la tendance d'orienter les moments \mathbf{m}_p sur la direction du champ local et dans ce cas le matériau devient aimanté. À l'action d'orientation des moments magnétiques s'oppose l'agitation thermique et, en conséquence, l'aimantation décroît quand la température T augmente. On démontre que pour les paramagnétiques la susceptibilité χ_{mp} a une variation hyperbolique avec T :

$$\chi_{mp} = \frac{\text{const}}{T}. \quad (8.5)$$

Dans la figure 8.3 on a représenté les variations avec la température des grandeurs χ_{mp} et $\frac{1}{\chi_{mp}}$. La variation linéaire de $\frac{1}{\chi_{mp}}$ avec T est caractéristique au comportement paramagnétique des matériaux.

Les composantes du moment \mathbf{m}_p d'un atome sont :

- le moment magnétique orbital des électrons \mathbf{m}_{oe} , qui correspond aux rotations des électrons sur une orbite autour du noyau,
- le moment magnétique de spin des électrons \mathbf{m}_{spe} , correspondant à la rotation des électrons autour des axes propres, et

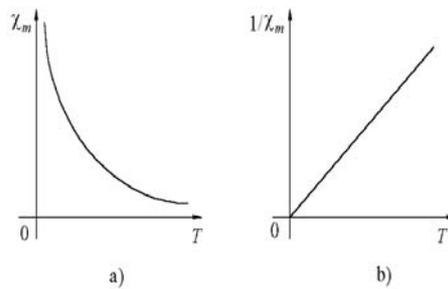


Figure 8.3: Variation $\chi_m(T)$ (a) et $1/\chi_m(T)$ (b) pour un matériau paramagnétique.

- le moment magnétique de spin du noyau (en fait, des particules qui forment le noyau : protons et neutrons) \mathbf{m}_{spn} , correspondant au rotation des particules nucléaires autour des axes propres.

Ainsi, pour chaque atome on peut écrire

$$\mathbf{m}_p = \mathbf{m}_{oe} + \mathbf{m}_{spe} + \mathbf{m}_{spn}. \quad (8.6)$$

Le moment magnétique de spin du noyau et le moment magnétique orbital des électrons sont négligés par rapport au moment magnétique de spin des électrons et, donc, on peut considérer que

$$\mathbf{m}_p \approx \mathbf{m}_{spe}. \quad (8.7)$$

D'autre part, puisque les projections du \mathbf{m}_{spe} sur la direction d'un champ magnétiques peuvent avoir seulement les valeurs $+\beta$ et $-\beta$ (où $\beta = 9,27 \cdot 10^{-24}$ Am² est le magnéton de Bohr-Procopiu) il resulte que les moments \mathbf{m}_p peuvent être soit homoparallèles soit antiparallèles au champ \mathbf{H}_0 .

Conclusion : L'aimantation paramagnétique \mathbf{M}_p est donc egale à l'excès des moments \mathbf{m}_p de l'unité de volume orientés dans le sens de \mathbf{H}_0 par rapport aux ceux orientés dans le sens opposé.

■ **Remarque :** Les matériaux paramagnétiques sont non linéaires, c'est-à-dire la caractéristique $M_p(H)$ n'est pas linéaire. La susceptibilité paramagnétique est faible ($\chi_{mp} \approx 10^{-3} \div 10^{-4}$), ce qui détermine une aimantationn paramagnétique faible aussi, mais qui est supérieure à l'aimantation diamagnétique ($|\chi_{md}| \approx 10^{-5} \div 10^{-6}$). ■

8.4 Ferromagnétisme

Les matériaux ferromagnétiques sont constitués des atomes polaires (du point de vue magnétique). La caractéristique $M(H)$ est non linéaire et elle dépend des états antérieurs du matériau. Les ferromagnétiques présentent un hystérésis magnétique (la correspondance $B(H)$ n'est pas biunivoque) (figure 8.4).

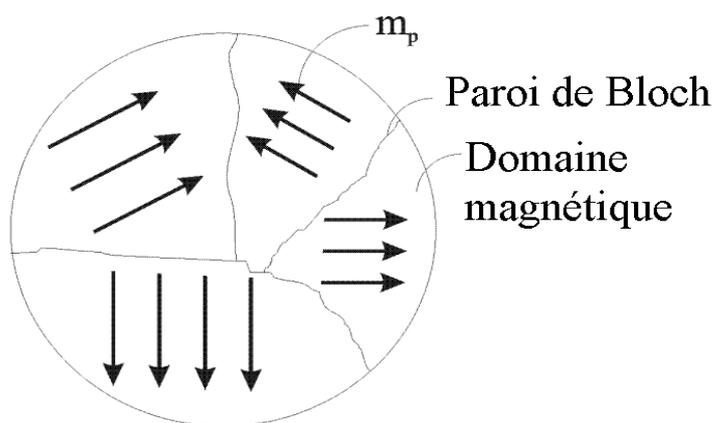


Figure 8.4: Structure d'un matériau ferromagnétique.

La susceptibilité magnétique χ_m et la perméabilité magnétique μ_r ont des valeurs très grandes, qui peuvent atteindre même centaines de milliers. Les principaux matériaux ferromagnétiques sont le fer (Fe), le cobalt (Co), le nickel (Ni), le gadolinium (Gd), leurs alliages, composés magnétiques de terres rares, etc.

La propriété caractéristique des matériaux ferromagnétiques est celle de présenter une aimantation spontanée \mathbf{M}_r , même en l'absence des champs magnétiques extérieurs. Cette propriété s'explique par le fait qu'un matériau ferromagnétique est constitué des régions macroscopiques (avec les dimensions linéaires de l'ordre de centièmes de millimètre) nomées *domaines magnétiques* ou *domaines de Weiss*. Dans chaque domaine les moments magnétiques des atomes sont homoparallèles, c'est-à-dire chaque domaine est aimanté à saturation et donc, il présente une aimantation spontanée. Chaque domaine est séparé d'un domaine voisin par une zone de transition, appelée *paroi de Bloch*, dans laquelle les moments magnétiques passent progressivement de l'orientation de l'un des domaines à l'orientation du domaine voisin. En l'absence d'un champ magnétique extérieur les moments magnétiques des domaines Weiss sont orientés de manière chaotique et le corps est non aimanté.

Pour les ferromagnétiques, il y a deux questions fondamentales qui se posent :

1. Qui maintient l'homoparallélisme des moments \mathbf{m}_p dans un domaine ?
2. Pourquoi il y a plusieurs domaines magnétiques dans un corps ferromagnétique ?

La réponse à la première question est de nature purement quantique. Ainsi, un ferromagnétique présente une *énergie d'échange* w_A (qui peut être calculée seulement par voie quantique) qui est le résultat de l'interaction de deux moments magnétiques atomiques. Cette énergie dépend de la distance séparant ces moments ainsi que de leur orientation relative. Pour les ferromagnétiques, l'énergie d'échange devient minimum quand les moments \mathbf{m}_p des atomes sont homoparallèles.

La formation des plusieurs domaines magnétiques dans un ferromagnétique (la réponse à la deuxième question), correspond à la minimisation de l'énergie totale du corps et non seulement de l'énergie d'échange. L'énergie totale du corps est

$$w = w_p + w'_p + w_A + w_{anis} + w_{mgs} + w', \quad (8.8)$$

où w_p est l'énergie potentielle des atomes, correspondante aux interactions de moments magnétiques avec le champ magnétique extérieur ($w_p = -\mathbf{m}_p \mathbf{B}_{ext}$), w'_p est l'énergie potentielle de l'interaction magnétostatique entre chaque moment magnétique atomique et le champ démagnétisant produit des autres moments magnétiques atomiques, w_A est l'énergie d'échange, w_{anis} est l'énergie d'anisotropie, w_{mgs} est l'énergie de magnétostriction et w' représente d'autres formes d'énergie.

8.4.1 Mécanisme de l'aimantation

Pour décrire le mécanisme de l'aimantation des ferromagnétiques, on considère un corps ferromagnétique formé des deux domaines d_1 et d_2 (figure 8.5 - a) dont les aimantations sont opposées. En l'absence d'un champ magnétique, les deux domaines sont égaux, la paroi Bloch se trouve au milieu et le corps n'est pas, donc, aimanté.

Dans la figure 8.5 - b on a détaillé la paroi Bloch. Les moments magnétiques passent progressivement (non brusquement) de l'orientation du domaine 1 vers l'orientation du domaine 2, car ainsi on obtient le minimum d'énergie de la paroi de Bloch. Dans le dessin on n'a représenté que cinq plans réticulaires, mais en réalité la paroi Bloch, dont l'épaisseur est $\delta \approx 10^{-8}$ m, contient centaines des plans réticulaires, et donc l'angle entre deux moments magnétiques voisins est très petit.

En l'absence du champ appliqué de l'extérieur, le centre de la paroi est situé dans le point O (le plan c), où \mathbf{m}_p est orienté perpendiculairement sur \mathbf{M}_1 ainsi que sur \mathbf{M}_2 . Si on applique un champ \mathbf{H}_0 homoparallèle à \mathbf{M}_1 , ce champ va orienter les moments

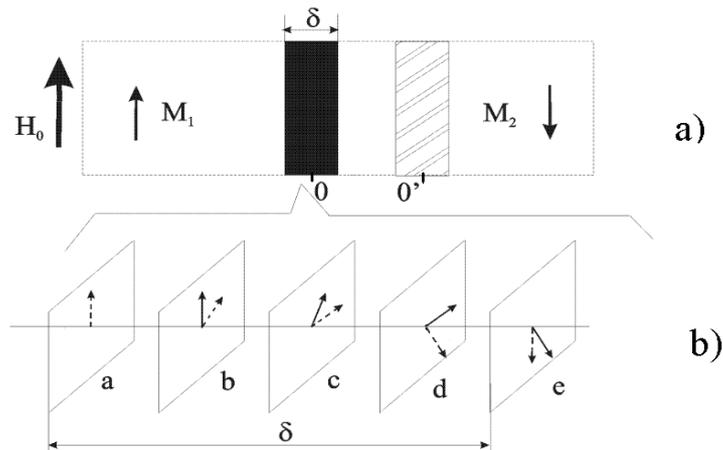


Figure 8.5: Paroi de Bloch séparant deux domaines d'aimantations opposées.

magnétiques dans son sens, en résultant que le moment magnétique orienté perpendiculairement sur \mathbf{M}_1 et \mathbf{M}_2 va se déplacer du plan c au plan d. Cela signifie que la paroi de Bloch elle-même se déplace sous l'action du champ \mathbf{H}_0 , ayant maintenant le centre dans le point O' (le plan d).

Conclusion : En appliquant un champ \mathbf{H}_0 homoparallèle à \mathbf{M}_1 la paroi de Bloch se déplace de façon que le domaine \mathbf{M}_1 s'élargisse au détriment du domaine \mathbf{M}_2 et en conséquence, le corps se magnétise. Donc un corps ferromagnétique ne se magnétise pas par la rotation des domaines Weiss mais par le déplacement des parois de Bloch.

8.4.2 Énergie d'anisotropie

Expérimentalement on constate que dans le cas d'un cristal ferromagnétique (de Fe, par exemple) l'aimantation se réalise plus facilement selon certaines directions du cristal par rapport aux autres, c'est-à-dire dans le cristal il y a des directions d'aimantation facile et des directions d'aimantation difficile (figure 8.6). La différence entre l'énergie nécessaire pour l'aimantation selon une direction d'aimantation difficile et l'énergie nécessaire pour l'aimantation selon la direction d'aimantation facile s'appelle *énergie d'anisotropie* w_{anis} . On peut écrire

$$w_{anis} = k' \sin^2 \beta + k'' \sin^4 \beta, \quad (8.9)$$

où k' et k'' sont constantes et β est l'angle entre la direction d'aimantation facile et la direction du champ magnétique.

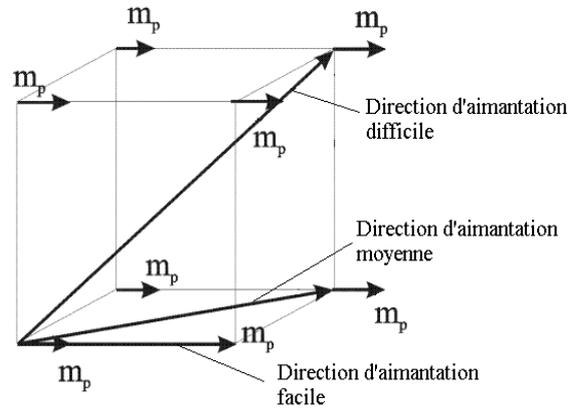


Figure 8.6: Directions d'aimantation pour Fe.

Une application pratique de l'anisotropie d'aimantation est la réalisation des tôles laminées dans lesquelles les cristallites sont orientés de façon qu'une direction d'aimantation facile soit parallèle à la direction de laminage.

8.4.3 Température de Curie. Relation Curie-Weiss

Les corps ferromagnétiques présentent une aimantation spontanée seulement pour des températures inférieures à une température critique appelée *température de Curie*. Pour les températures supérieures à la température de Curie, l'agitation thermique détruit les domaines de Weiss et, en conséquence, le corps devient paramagnétique. Pour les températures supérieures à la température de Curie il est valable la relation

$$\chi_m = \frac{c}{T - \theta}, \quad (8.10)$$

appelée la relation Curie-Weiss, où χ_m est la susceptibilité magnétique, θ est la température Curie de paramagnétisme et c est une constante. La constante c a l'expression

$$c = \frac{\mu_0 m_p^2 N}{K}, \quad (8.11)$$

où N est la concentration des atomes, μ_0 est la perméabilité magnétique du vide ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m), m_p est le moment magnétique atomique et k est la constante de Boltzmann. Entre θ et c il existe la relation

$$\theta = \gamma c, \quad (8.12)$$

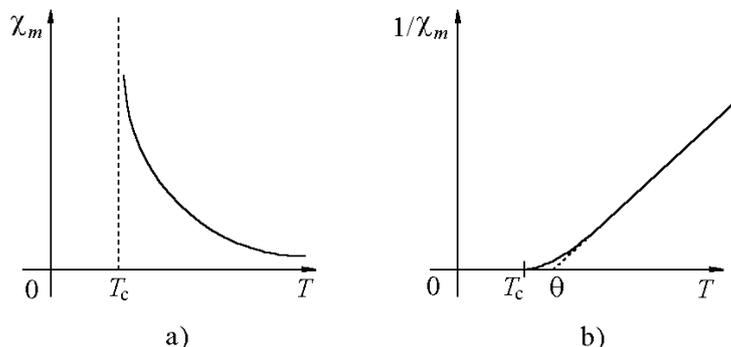


Figure 8.7: Variation $\chi_m(T)$ (a) et $1/\chi_m(T)$ (b) pour un matériau ferromagnétique.

où γ est la constante de Weiss.

■ **Remarques :**

1. Pour des températures $T > \theta$, auxquelles la relation (8.10) est valable, le corps est paramagnétique.
2. Dans la figure 8.7 on a représenté la variation de χ_m avec la température. Pour des températures $T < \theta$ (mais tout près de θ) la relation Curie-Weiss n'est plus suffisamment d'exacte, la courbe $\frac{1}{\chi_m}(T)$ n'est plus une droite et l'intersection de la courbe réelle (expérimentale) avec l'axe OT se fait dans un point T_C qui définit la température Curie de ferromagnétisme.

La différence des deux températures Curie T_C et θ est assez petite et, dans la pratique, on peut utiliser une seule température Curie, respectivement θ (par exemple, pour le Fe, $T_C = 1043$ K et $\theta = 1093$ K).

■

8.4.4 Déplacement des parois Bloch. Explication de la forme de la courbe d'aimantation

On désigne par w_{Bloch} l'énergie de la paroi Bloch. Pour un cristal pur et sans défauts w_{Bloch} est constante. Comme tout cristal réel présente des défauts de réseau (déformations mécaniques, impuretés non magnétiques) l'énergie w_{Bloch} n'est pas constante mais elle varie au long du cristal. Ainsi, dans les points où il y a des défauts, le déplacement de la paroi de Bloch est freiné parce que il lui faut une énergie plus élevée pour escalader les barrières de potentiel créées par les défauts.

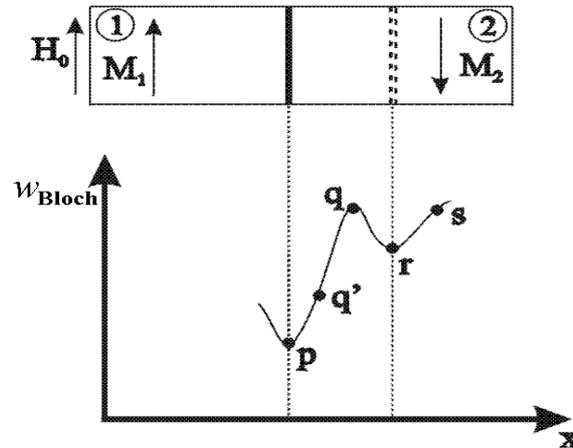


Figure 8.8: Déplacement de la paroi Bloch.

Dans la position de la paroi correspondante au point p (figure 8.8) il existe un minimum pour w_{Bloch} et il résulte que la paroi arrive spontanément en p où le corps est non aimanté. En appliquant le champ \mathbf{H}_0 homoparallèle à \mathbf{M}_1 mais assez faible, la paroi se déplace vers la droite pour favoriser le domaine 1, et elle arrive en q' . Si en q' on annule le champ \mathbf{H}_0 , la paroi revient spontanément en p (car $w_{Blochp} < w_{Blochq'}$) et donc le corps redevient non aimanté. C'est le cas des aimantations réversibles qui ont lieu pour des champs faibles.

Pour un champ \mathbf{H}_0 assez élevé, la "montagne" $pq'q$ est escaladée et la paroi arrive en s , moment qu'on annule le champ. Suite à l'annulation du champ, la paroi "glisse" spontanément vers la gauche jusqu'en r , mais elle ne peut pas passer plus loin vers la gauche à cause de la montagne rq . Il résulte que la paroi reste accrochée en r et, en conséquence, même si $\mathbf{H}_0 = 0$, l'aimantation n'est pas nulle, mais $\mathbf{M} = \mathbf{M}_r \neq 0$ (aimantation rémanente).

Afin que la paroi revienne en p (désaimantation) il faut qu'elle reçoive une énergie nécessaire pour l'escaladation de la "montagne" rq . Cette énergie peut être fournie par l'application d'un champ magnétique qui favorise le domaine 2, donc un champ opposé (démagnétisant) au champ qui a produit l'aimantation. L'intensité de ce champ démagnétisant, qui annule l'aimantation, s'appelle *champ coercitif* H_c .

La courbe d'aimantation

On considère un cristal unidimensionnel constitué des particules magnétiques polaires (Fe, Co, Ni) auquel on applique un champ magnétique de direction constante qu'on augmente jusqu'à une certaine valeur et qu'on le décroît après.

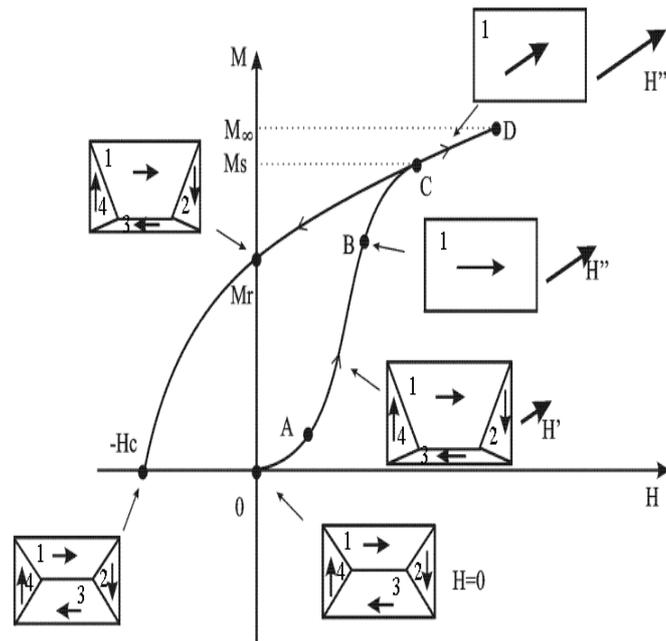


Figure 8.9: Courbe d'aimantation d'un matériau ferromagnétique.

En champs magnétiques faibles correspondants à la portion OA, les déplacements des parois Bloch sont réversibles (voir pq dans la figure 8.8).

Lorsque la valeur de H augmente de H_A à H_B , les déplacements des parois Bloch sont irréversibles (voir qs). Sur ces portions pour une faible augmentation de H on obtient une forte augmentation de M . Les déplacements des parois Bloch conduisent à l'élargissement des domaines dont l'aimantation spontanée forme les plus petits angles avec l'orientation du champ, en detriment des autres domaines. Sur la portion OAB, lors des déplacements des parois Bloch, les moments magnétiques \mathbf{m}_p des domaines défavorisées (2, 3, 4) tournent d'une direction d'aimantation facile sur une autre direction d'aimantation facile correspondante au domaine 1. Comme les transitions des \mathbf{m}_p sont effectuées entre directions d'aimantation facile, à la portion OAB correspond une absorption d'énergie d'aimantation relativement réduite, et en conséquence la l'aimantation augmente rapidement avec le champ.

Dans le point B le cristal entier est formé par un seul domaine Weiss (le domaine 1).

Sur la portion BC les moments \mathbf{m}_p s'orientent selon la direction du champ magnétique, qui n'est pas une direction d'aimantation facile. Il résulte que l'aimantation se réalise avec une absorption d'énergie plus grande et, en conséquence, l'aimantation

augmente plus lentement avec le champ.

Dans le point C, pratiquement tous les moments \mathbf{m}_p du domaine sont homoparallèles avec \mathbf{H} , donc on est arrivé à la aimantation de saturation "technique" M_s . Il y a encore quelques moments \mathbf{m}_p orientés dans le sens opposé au champ \mathbf{H} .

À la portion CD correspond l'orientation dans le sens du champ des moments qui sont encore dans le sens opposé au \mathbf{H} dans le point C. L'absorption d'énergie dans ce processus est très élevée et l'aimantation augmente très lentement avec le champ.

Dans le point D on arrive à l'aimantation de saturation (maximale) $\mathbf{M}_\infty = N\mathbf{m}_p$.

Le retour de D en C se fait sur le même "chemin" que le parcours C-D.

Si on continue la diminution du champ jusqu'à l'annulation, l'aimantation diminue sur la courbe CM_r , ce qui correspond au retour des parois Bloch vers les positions initiales. Les parois ne peuvent pas revenir jusqu'aux positions initiales car ils restent accrochées dans les positions correspondantes aux minimum relatifs de l'énergie (voir le point r dans la figure 8.8). Afin de revenir à l'état initial (où $M = 0$) il est nécessaire d'établir dans le matériau un champ magnétique \mathbf{H}_c (appelé coercitif) dans le sens opposé à celui qui a magnétisé le corps, c'est-à-dire il faut céder aux parois de Bloch l'énergie nécessaire aux escaladations des barrières d'énergie créées par les défauts.

8.5 Ferrimagnétisme et antiferromagnétisme

Les corps ferrimagnétiques et antiferromagnétiques sont constitués des atomes polaires. Ces corps présentent, comme les ferromagnétiques, des domaines magnétiques séparés par de parois Bloch. Dans chaque domaine les moments magnétiques ont la même direction, mais les orientations des moments appartenant aux atomes différents sont antiparallèles.

Le plus simple modèle structural est celui qui admet que chaque domaine est constitué de deux sous-réseaux dans lequel les moments magnétiques d'un sous-réseau ont l'orientation antiparallèles aux moments magnétiques de l'autre sous-réseau (figure 8.10).

Le moment équivalent pour les atomes d'un domaine est donc

$$\mathbf{m}' = \mathbf{m}_x - \mathbf{m}_y. \quad (8.13)$$

Ainsi, il résulte que l'aimantation spontanée des ferrimagnétiques et antiferromagnétiques est inférieure à l'aimantation des ferromagnétiques, où les moments de chaque domaines sont homoparallèles.

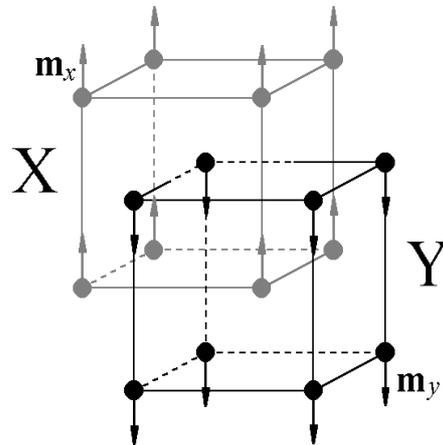


Figure 8.10: Les sous réseaux d'un corps ferrimagnétique ou antiferromagnétique.

8.5.1 Corps ferrimagnétiques

Si $|\mathbf{m}_x| \neq |\mathbf{m}_y|$ les corps sont ferrimagnétiques. Un exemple d'un tel corps est $(\text{Me}_x\text{O}_y\text{Fe}_2\text{O}_3)_n$, où Me est un métal bivalent.

La susceptibilité magnétique des corps ferrimagnétique (appelés aussi ferrites) est environ 10^3 , inférieure à la susceptibilité magnétique des corps ferromagnétique. Pour les ferrites il existe la relation

$$\chi_m = \frac{c'}{T + \theta'}, \quad (8.14)$$

où θ' est la température de Curie et c' est une constante. La relation (8.14) s'appelle la relation Curie-Weiss pour ferrimagnétisme.

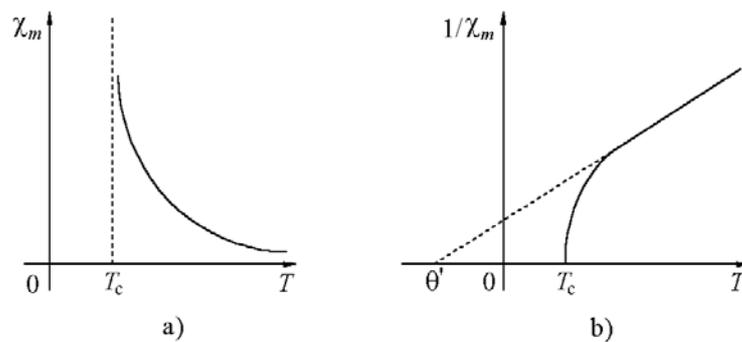


Figure 8.11: Variation $\chi_m(T)$ (a) et $1/\chi_m(T)$ (b) pour un matériau ferrimagnétique.

La relation (8.14) n'est pas applicable pour des températures réduites parce-qu'elle conduit à une température de Curie $\theta' < 0$. La température Curie réelle est T_c et elle s'obtient par détermination expérimentale.

■ **Remarque :** Du point de vue de la conduction, les ferrites sont semiconducteurs et donc les pertes par courants Foucault sont réduites. Grâce à ça, les ferrites sont utilisés en hautes fréquences. ■

8.5.2 Corps antiferromagnétiques

Si $|\mathbf{m}_x| = |\mathbf{m}_y|$ les corps sont antiferromagnétiques.

Pour $T = 0$ K il résulte que $\mathbf{m}' = |\mathbf{m}_x - \mathbf{m}_y| = 0$ et, donc, l'aimantation est nulle.

A températures $T > 0$ K, grâce à l'agitation thermique quelques moments magnétiques d'un sous-réseau pourraient s'orienter dans le sens des moments de l'autre sous-réseau et il résulte que les corps pourraient présenter une aimantation non nulle.

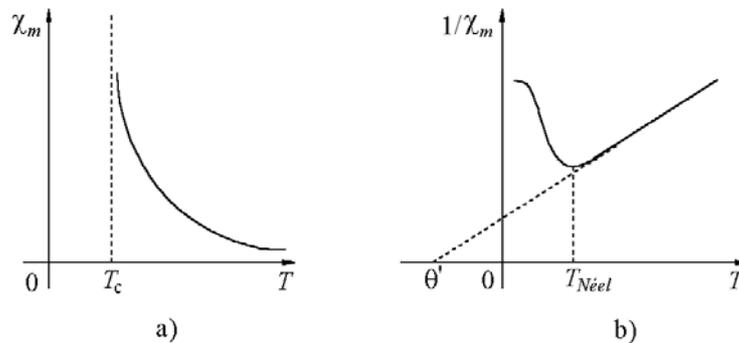


Figure 8.12: Variation $\chi_m(T)$ (a) et $1/\chi_m(T)$ (b) pour un matériau antiferromagnétique.

Pour une certaine température, appelée la température Néel T_N , la susceptibilité magnétique χ_m prend la valeur maximale. Après T_N le corps devient paramagnétique (figure 8.12). La valeur maximale de la susceptibilité magnétique pour les corps antiferromagnétiques a l'ordre de grandeur de $10^{-2} \div 10^{-3}$.

Liste des figures

1.1	Variation de l'énergie libre	6
1.2	Régions cristallines et amorphes dans polyéthylène.	7
1.3	Elements d'un réseau	8
1.4	Les plus importants types de réseaux : CC, CFC et HC.	9
1.5	Défauts ponctuels.	10
2.1	Modèle planétaire de l'atome	14
2.2	Trajectoires d'un électron dans cristal : (a) en l'absence du champ électrique; (b) en présence du champ électrique.	15
2.3	Variation $w(K)$ pour l'électron libre.	21
2.4	Variation de l'énergie potentielle de l'électron quasilibre pour le cristal unidimensionnel.	22
2.5	Variation $w(K)$ pour l'électron quasilibre.	23
2.6	Fonction d'onde de type Heitler-London	25
2.7	Niveaux d'énergie pour deux atomes de He : a) isolés, et b) rapprochés jusqu'à l'interaction de leurs électrons.	25
2.8	Bandes d'énergie qui résulte aux rapprochement de N atomes.	26
2.9	Fendage des niveaux aux rapprochement des atomes.	27
2.10	Variation de φ avec l'énergie w	28
2.11	Structure des bandes d'énergie d'un isolant.	29
2.12	Structure des bandes d'énergie d'un semiconducteur intrinsèque.	29
2.13	Structure des bandes d'énergie d'un semiconducteur extrinsèque de type n	30

2.14	Structure des bandes d'énergie d'un semiconducteur extrinsèque de type p .	30
2.15	Structure des bandes d'énergie d'un métal monovalent.	30
2.16	Structure des bandes d'énergie d'un métal bivalent.	30
2.17	Bande permise d'un cristal.	31
3.1	Bande de conduction d'un métal monovalent.	37
3.2	Onde acoustique modifiant la bande de conduction d'un métal monovalent.	41
3.3	Électron entre deux chocs successifs avec les particules du réseau.	43
3.4	Variation de la resistivité des métaux avec la température.	45
3.5	Impuretés dans un métal et les perturbations qu'ils produisent.	47
3.6	Solution solide avec réseau de substitution.	48
3.7	Solution solide avec réseau interstitiel.	48
3.8	Variation de la résistivité pour les solution solides.	49
3.9	Variation de la résistivité pour les mélanges éutectiques.	49
3.10	Influence des impuretés sur la conductivité de Cu	50
3.11	Influence des impuretés sur la conductivité de Al	50
3.12	État dur.	51
3.13	État doux.	51
3.14	Variation de la resistivité en fonction de la température.	52
3.15	Variation $H_c(T)$	53
3.16	Expulsion des lignes du champ magnétique de l'intérieur d'un supraconducteur.	53
3.17	Électrons normaux (n) et supraconducteurs (sc) dans la bande de conduction d'un supraconducteur.	58
4.1	Partie d'un cristal de Si pur.	60
4.2	Transition des électrons (et des trous) dans un semiconducteur intrinsèque	60
4.3	Partie d'un cristal de Si dopé avec P.	63
4.4	Transitions des électrons (et des trous) dans un semiconducteur extrinsèque de type n	63

4.5	Partie d'un cristal de Si dopé avec B.	65
4.6	Transitions des électrons (et des trous) dans un semiconducteur extrinsèque de type p	65
4.7	Variation de la conductivité avec la température pour les semiconducteurs extrinsèques	67
5.1	Courant d'absorption et de conduction dans un isolant	70
5.2	Variation de la conductivité des isolants avec l'intensité du champ électrique.	71
5.3	Cristal ionique avec un défaut Frenkel.	72
5.4	Passage de l'ion F de l'interstice A dans l'interstice B.	72
5.5	Barrière d'énergie pour la transition de l'ion F de l'interstice A dans l'interstice B.	72
5.6	Variation de l'énergie de l'ion au long du cristal.	73
5.7	Transitions des électrons, de type intrinsèque et extrinsèque, pour un isolant.	76
5.8	Sauts des électrons entre niveaux profonds dans la bande interdite de Fermi.	77
5.9	Variation de la rigidité diélectrique avec la température.	78
5.10	Effet tunnel dans un isolant.	79
6.1	L'apparition du moment \mathbf{p}_e pour un atome.	87
6.2	L'apparition du moment resultant \mathbf{p}_i pour deux paires d'ions.	89
6.3	L'orientation des moments dipolaires polaires par un champ électrique E_0	91
6.4	Diélectrique non homogène qui présente une polarisation interfaciale.	92
6.5	Variation de ε'_r et ε''_r en fonction de la fréquence.	96
7.1	Variation retardée de P et D par rapport à E	98
7.2	Ellipse $D(E)$	99
7.3	Condensateur plan.	102
7.4	Déphasage entre tension et courant pour un condensateur réel.	102
7.5	Schémas équivalents d'un condensateur réel.	102
8.1	Precession Larmor pour un atome de hydrogène.	109

8.2	L'orientation de moments \mathbf{m}_p par un champ magnétique, pour un matériau paramagnétique.	110
8.3	Variation $\chi_m(T)$ (a) et $1/\chi_m(T)$ (b) pour un matériau paramagnétique. .	111
8.4	Structure d'un matériau ferromagnétique.	112
8.5	Paroi de Bloch separant deux domaines d'aimantations opposées.	114
8.6	Directions d'aimantation pour Fe.	115
8.7	Variation $\chi_m(T)$ (a) et $1/\chi_m(T)$ (b) pour un matériau ferromagnétique. .	116
8.8	Deplacement de la paroi Bloch.	117
8.9	Courbe d'aimantation d'un matériau ferromagnétique.	118
8.10	Les sous réseaux d'un corps ferrimagnétique ou antiferromagnétique. . . .	120
8.11	Variation $\chi_m(T)$ (a) et $1/\chi_m(T)$ (b) pour un matériau ferrimagnétique. .	120
8.12	Variation $\chi_m(T)$ (a) et $1/\chi_m(T)$ (b) pour un matériau antiferromagnétique.	121

Liste des tableaux

3.1	Propriétés de quelques métaux usuels.	40
3.2	Valeurs de la température Debye.	45
3.3	Variation de la résistivité du métaux avec le changement de l'état d'aggregation.	50
4.1	Largeur de la bande interdite de Fermi pour quelques semiconducteurs usuels.	62
4.2	Valeurs de w_n déterminées par P, As, et Sb pour Ge et Si.	63
4.3	Valeurs de w_p déterminées par B, Al, Ga et In pour Ge et Si.	65
5.1	Valeurs approximatives de la rigidité diélectrique pour quelques isolants courement utilisés en électrotechnique.	81

Bibliographie

- [1] A. Ifrim, P. Noțingher, D. Stanciu et V. Fireșteanu. *Îndrumar de laborator de materiale electrotehnice*. Litografia IPB, 1988.
- [2] A. Ifrim et P. Noțingher. *Materiale electrotehnice*. Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1992.
- [3] Charles Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley & Sons, Inc., 1986.
- [4] C. Mocanu. *Bazele electrotehnicii. Teoria câmpului electromagnetic*. Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1991.
- [5] P. Noțingher. *Materiale electrotehnice. Noțiuni generale de structură a materialelor. Materiale conductoare și semiconductoare - Note de curs -*. Litografia Institutului Politehnic București, 1977.
- [6] Philippe Robert. *Matériaux de l'électrotechnique*. Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1989.
- [7] F. Seitz. *The Modern Theory of Solids*. Mc. Graw-Hill, Inc., 1940.
- [8] J.C. Slater. *Quantum Theory of Matter*. Mc. Graw-Hill Book Company Inc., 1951.
- [9] C.A. Wert et R.M. Thomson. *Physics of Solids*. Mc. Graw-Hill, Inc., 1964.