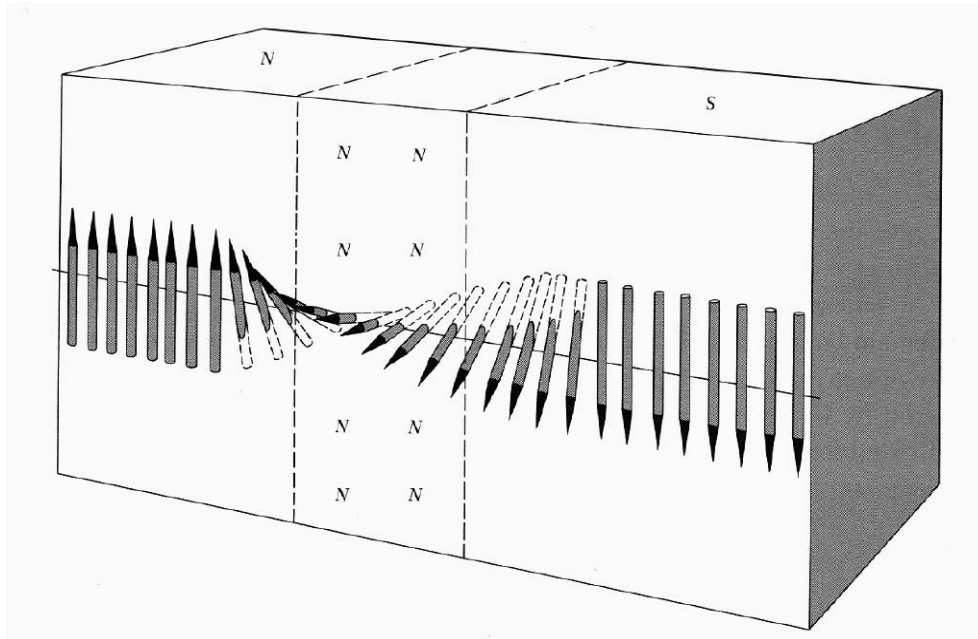


Florin Ciuprina



# Materiale electrotehnice

– Note de curs –

București, 2001

Florin Ciuprina  
Universitatea “Politehnica” București

# **Materiale electrotehnice**

– Note de curs –

București, 2001

Florin Ciuprina

**Materiale electrotehnice – Note de curs –.**

Referenți științifici: Prof.dr.ing. A.Ifrim  
Prof.dr.ing. P.Noțingher

, București, 2001

Spl. Independenței 313, 77206 București

# Cuprins

<b>Introducere</b>	<b>1</b>
<b>I Proprietăți generale ale cristalelor</b>	<b>3</b>
<b>1 Corpuri cristaline</b>	<b>5</b>
1.1 Stări de agregare ale corpurilor . . . . .	5
1.2 Rețele cristaline . . . . .	7
1.3 Defecte ale rețelelor cristaline . . . . .	9
1.3.1 Defecte punctuale . . . . .	9
<b>2 Electroni in cristale</b>	<b>13</b>
2.1 Modelul clasic al electronului . . . . .	13
2.1.1 Electron legat . . . . .	13
2.1.2 Electron de conducție. Deplasarea electronilor în cristale . . . . .	14
2.2 Modele cuantice. Unde asociate electronilor . . . . .	16
2.3 Sisteme de particule. Numere cuantice . . . . .	17
2.3.1 Stările electronilor în cristale . . . . .	19
2.3.2 Aproximația electronilor liberi . . . . .	20
2.3.3 Aproximația electronilor cuasiliberi . . . . .	20
2.3.4 Aproximația electronilor puternic legați . . . . .	24
2.4 Repartiția electronilor pe nivelurile benzilor permise . . . . .	26
2.4.1 Statistica Fermi-Dirac . . . . .	26

2.4.2	Conductori, semiconductori și izolatori . . . . .	28
2.4.3	Concentrația electronilor dintr-o bandă permisă . . . . .	30
<b>II</b>	<b>Conducția electrică</b>	<b>33</b>
<b>3</b>	<b>Conducția electrică a metalelor</b>	<b>35</b>
3.1	Conductivitatea electrică a metalelor în aproximația electronilor cuasiliberi	36
3.2	Relația între drumul liber mijlociu și constanta rețelei . . . . .	40
3.3	Dependența conductivității metalelor de temperatură . . . . .	42
3.4	Variația conductivității metalelor în funcție de conținutul de impurități, de starea de agregare și de tratamentele termice și mecanice . . . . .	45
3.4.1	Variația conductivității în funcție de conținutul de impurități . . . . .	46
3.4.2	Dependența conductivității de starea de agregare . . . . .	49
3.4.3	Dependența conductivității de tratamentele termice și mecanice . . . . .	49
3.5	Supraconductibilitatea electrică . . . . .	49
3.5.1	Efecte asociate supraconductibilității . . . . .	51
3.5.2	Teoria clasică a supraconductibilității. Ecuațiile London . . . . .	53
3.5.3	Teoria BCS . . . . .	55
<b>4</b>	<b>Conducția electrică a semiconductorilor</b>	<b>59</b>
4.1	Conducția intrinsecă a semiconductorilor . . . . .	59
4.2	Conducția extrinsecă a semiconductorilor . . . . .	62
4.2.1	Semiconductori de tip $n$ . . . . .	62
4.2.2	Semiconductori de tip $p$ . . . . .	64
4.3	Dependența conductivității semiconductorilor de temperatură . . . . .	66
<b>5</b>	<b>Conducția electrică a izolatoarelor solizi</b>	<b>67</b>
5.1	Noțiuni generale . . . . .	67
5.1.1	Curent de absorbție . . . . .	67
5.1.2	Mecanisme de conducție . . . . .	68

---

5.2	Conducția ionică . . . . .	69
5.3	Conducția electronică . . . . .	73
5.3.1	Conducția electronică în câmpuri uzuale . . . . .	73
5.3.2	Conducția electrică în câmpuri electrice intense. Străpungerea izo- latorilor solizi . . . . .	75
<b>III</b>	<b>Proprietăți dielectrice ale materialelor</b>	<b>79</b>
<b>6</b>	<b>Polarizația electrică</b>	<b>81</b>
6.1	Noțiuni generale . . . . .	81
6.2	Polarizația de deformare . . . . .	82
6.2.1	Polarizația electronică . . . . .	82
6.2.2	Polarizația ionică . . . . .	85
6.3	Polarizația de orientare (de relaxare) . . . . .	86
6.4	Polarizația de neomogenitate . . . . .	88
6.5	Ecuția Clausius-Mosotti . . . . .	90
6.6	Permitivitatea dielectricilor în câmpuri armonice . . . . .	91
<b>7</b>	<b>Pierderi dielectrice</b>	<b>93</b>
7.1	Pierderi prin histerezis dielectric . . . . .	93
7.2	Pierderi prin conducție electrică . . . . .	96
7.3	Pierderi totale . . . . .	96
<b>IV</b>	<b>Proprietăți magnetice ale materialelor</b>	<b>99</b>
<b>8</b>	<b>Tipuri de magnetism</b>	<b>101</b>
8.1	Noțiuni generale . . . . .	101
8.2	Diamagnetismul . . . . .	102
8.3	Paramagnetismul . . . . .	103
8.4	Feromagnetismul . . . . .	106

8.4.1	Mecanismul de magnetizare . . . . .	107
8.4.2	Energia de anizotropie . . . . .	108
8.4.3	Temperatura Curie. Relația Curie-Weiss . . . . .	109
8.4.4	Deplasarea pereților Bloch. Explicarea formei curbei de magnetizare . . . . .	110
8.5	Ferimagnetismul și antiferomagnetismul . . . . .	112
8.5.1	Corpuri ferimagnetice . . . . .	113
8.5.2	Corpuri antiferomagnetiche . . . . .	114
	<b>Listă de figuri</b>	<b>116</b>
	<b>Listă de tabele</b>	<b>121</b>
	<b>Bibliografie</b>	<b>123</b>

# Introducere

Lucrarea *Materiale electrotehnice - Note de curs* - reprezintă notele de curs pe care autorul le prezintă studenților din Universitatea "Politehnica" București de la facultatea de Electrotehnică, anul II, specializarea inginerie economică și de la facultatea de Energetică anul III, specializarea electroenergetică. De asemenea, o parte din aceste note de curs sunt predate studenților de la colegiul tehnic numărul II, specializările electrotehnică și energetică.

Această lucrare are la bază cursul *Materiale electrotehnice* [1] elaborat și prezentat de către prof. Alfons Ifrim la numeroase generații de studenți de la facultatea de Electrotehnică din Universitatea "Politehnica" București, cât și abordările asupra corpului solid prezentate de Slater [7], Kittel [2], P.Robert [5] și P.Noțingher [1, 4].

Obiectul cursului *Materiale electrotehnice* îl reprezintă studierea proprietăților fizice, chimice și tehnologice ale materialelor folosite în electrotehnică, energetică și electronică.

Cursul este structurat în opt capitole grupate în patru părți.

Prima parte, *Proprietățile generale ale cristalelor*, conține noțiuni referitoare la corpurile cristaline și la comportamentul electronilor în cristale. Se prezintă modelele utilizate pentru descrierea stărilor electronilor, formarea benzilor de energie, precum și clasificarea materialelor în izolatori, semiconductori și conductori.

A doua parte, *Conducția electrică a materialelor*, este dedicată conducției electrice a materialelor. Cele trei capitole ale acestei părți prezintă mecanismele și fenomenele asociate conducției electrice a metalelor, semiconductoarelor și izolatoarelor.

Proprietățile dielectrice ale materialelor sunt prezentate în cea de a treia parte a cursului intitulată *Proprietăți dielectrice ale materialelor*. Sunt analizate diferitele clase de polarizații ale materialelor și tipurile de pierderi care se dezvoltă în dielectrics.

În ultima parte a cursului intitulată *Proprietățile magnetice ale materialelor* se prezintă principalele tipuri de magnetism și, pentru fiecare tip, se descrie mecanismul de magnetizare corespunzător.





# Partea I

## Proprietăți generale ale cristalelor



# Capitolul 1

## Corpuri cristaline

### 1.1 Stări de agregare ale corpurilor

Din punct de vedere **macroscopic**, corpurile prezintă două stări de agregare: *starea gazoasă* și *starea condensată*. În cadrul stării condensate se disting *starea lichidă* și *starea solidă*.

#### Corpuri gazoase

Gazele sunt formate din particule (molecule, atomi) situate la mare distanță unele față de altele, ceea ce face ca interacțiunile dintre ele să fie slabe. Drept urmare, corpurile gazoase nu au nici formă și nici volum propriu, densitatea lor este mică și sunt ușor compresibile.

Proprietățile macroscopice ale gazelor sunt puternic influențate de presiunea ( $p$ ) și de temperatura la care se află ( $T$ ). Dacă gazele sunt încălzite la temperaturi foarte mari (zeci de mii de grade Celsius) sau dacă ele sunt introduse în câmpuri electrice foarte intense, atunci electronii pot deveni independenți în raport cu nucleele atomilor, rezultând *starea de plasmă*.

#### Corpuri lichide

În cazul lichidelor, forțele de interacțiune intermoleculare sunt mai puternice decât în cazul gazelor, iar moleculele se deplasează mai lent unele față de altele. În consecință, corpurile lichide au volume bine definite, dar ele nu au forme proprii și sunt foarte puțin compresibile.

#### Corpuri solide

Forțele de interacțiune între particulele constitutive ale solidelor (atomi, ioni, molecule) sunt foarte puternice și, în consecință, corpurile solide au o formă și un volum bine

definit. Prin modificarea temperaturii sau presiunii la care sunt supuse, corpurile își pot modifica starea de agregare.

■ **Observație:** Starea de agregare a unui corp depinde de structura sa fizico-chimică, dar și de temperatura și presiunea la care este supus. ■

Din punctul de vedere **microscopic** corpurile condensate pot fi *cristaline* sau *amorfe*. Un corp se găsește în stare cristalină sau în stare amorfă în funcție de valoarea energiei sale libere.

*Energia liberă* este acea parte din energia unui sistem fizic, susceptibilă de a fi transformată în lucru. Pentru calculul energiei libere se folosește relația

$$F = W - TS, \quad (1.1)$$

unde  $F$  este energia liberă,  $W$  - energia internă,  $T$  - temperatura termodinamică și  $S$  - entropia.

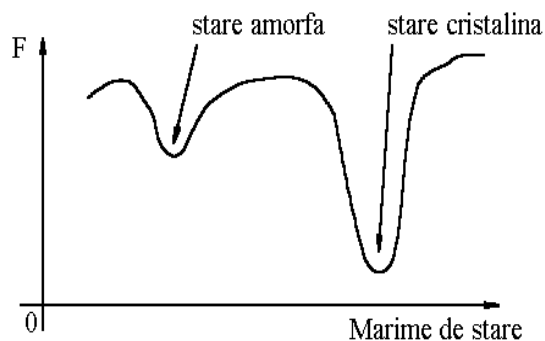


Figura 1.1: Variația energiei libere

Energia liberă prezintă mai multe minime relative și un minim absolut (figura 1.1). Atunci când energia liberă atinge minimul absolut corpul este în stare cristalină și atunci când energia liberă are un minim relativ corpul este în stare amorfă.

### Corpuri cristaline

Corpurile cristaline (cristalele) au particulele constitutive (atomi, ioni, molecule) dispuse ordonat, având o compactitate maximală în domenii mari în raport cu dimensiunile particulelor. Se spune că în cristale există o ordine locală dar și o ordine la distanță. Cristalele au o temperatură de topire ( $T_t$ ) netă, și ele sunt, în general, anizotrope.

### Corpuri amorfe

Particulele corpurilor amorfe sunt dispuse ordonat (regulat) numai pe distanțe scurte (câteva diametre ale particulelor), în timp ce pe distanțe mari dispunerea particulelor

este dezordonată. Se spune că, în cazul corpurilor amorfe, există o ordine locală, dar o dezordine la distanță. Aceste corpuri nu au o temperatură de topire netă, ci ele prezintă un interval de înmuiere.

### Corpuri parțial cristaline

Există corpuri (de exemplu, polietilena) care conțin atât regiuni cristaline cât și regiuni amorfe. În aceste corpuri, numite *parțial cristaline*, regiunile cristaline, numite *sferulite*, sunt separate de regiuni amorfe (figura 1.2).

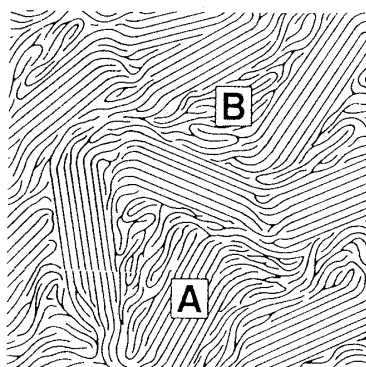


Figura 1.2: Regiuni cristaline (A) și amorfe (B) în polietilenă.

Conceptul de *grad de cristalinitate* permite determinarea procentului ocupat de regiunile cristaline într-un eșantion dat. Gradul de cristalinitate este definit simplu, în masă ( $x_c$ ) și în volum ( $v_c$ ), de relațiile următoare:

$$x_c = \frac{m_c}{m} \quad \text{și} \quad v_c = \frac{V_c}{V}, \quad (1.2)$$

unde  $m_c$  și  $V_c$  sunt masa și, respectiv, volumul regiunilor cristaline iar  $m$  și  $V$  reprezintă masa și, respectiv, volumul întregului eșantion.

În general, trecerea din starea cristalină în starea amorfă se caracterizează prin dispariția simultană a tuturor simetriilor cristalului. Totuși, anumite corpuri pure nu trec direct din starea cristalină în starea amorfă, ci prin mai multe faze intermediare, numite mesomorfe.

## 1.2 Rețele cristaline

Caracteristica fundamentală a unui material aflat în stare cristalină este aceea de a fi format dintr-un aranjament periodic de atomi sau molecule. Prin *rețea cristalină* se

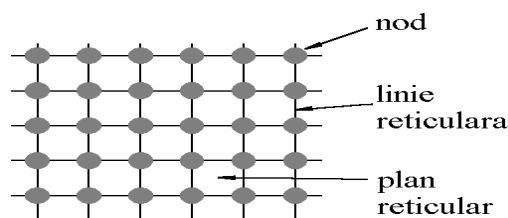


Figura 1.3: Elementele unei rețele cristaline.

înțelege o succesiune regulată de puncte din spațiu, numite *noduri*. Dacă se asociază o particulă fiecărui nod, se obține o *structură cristalină* (figura 1.3).

*Celula elementară* este cea mai mică prismă ale cărei vârfuri reprezintă noduri ale rețelei și care permite reconstituirea întregii rețele prin operații de translație după cele trei axe ale spațiului. Prin gruparea rețelelor cristaline care au aceeași celulă elementară, se definesc șapte sisteme cristaline: cubic, hexagonal, trigonal (romboedric), tetragonal, rombic, monoclinic și triclinic. Din aceste sisteme derivă 14 tipuri de rețele Bravais, printre care cele mai importante tipuri sunt: cub cu fețe centrate (CFC), cub cu volum centrat (CVC) și hexagon compact (HC) (figura 1.4).

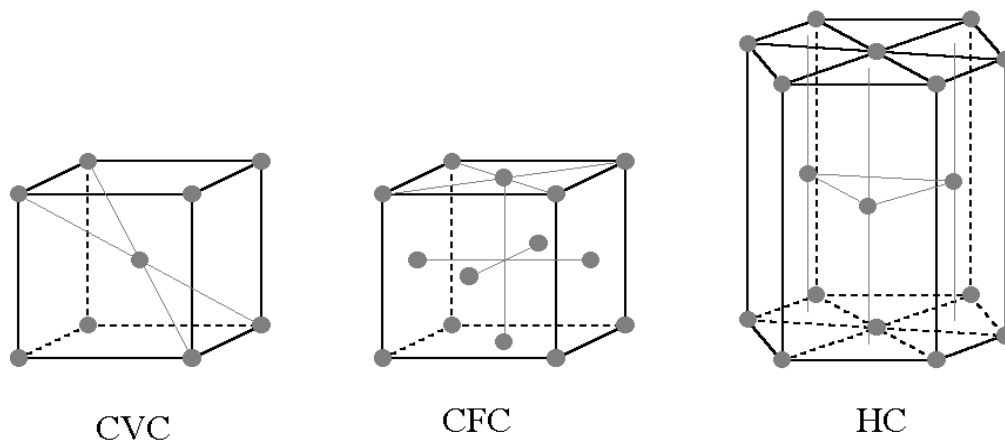


Figura 1.4: Cele mai importante tipuri de rețele: CVC, CFC și HC.

După tipul legăturilor interatomice se disting cinci clase de cristale:

- ionice (de exemplu, NaCl);
- covalente (de exemplu, Ge, Si);
- metalice (de exemplu, Cu, Ag, Au);
- moleculare (cu legături Van der Waals) (de exemplu, parafina);
- cu legături de hidrogen.

## 1.3 Defecte ale rețelelor cristaline

Se numește *defect al unei rețele* orice deviație (excepție) de la dispunerea strict ordonată a particulelor unui cristal. Un cristal ideal (fără defecte) nu ar putea exista decât la temperatura de 0 K. În consecință, orice cristal real (la  $T \neq 0$ ) conține defecte.

Există următoarele tipuri de defecte:

- punctuale (zerodimensionale);
- liniare (unidimensionale);
- de suprafață (bidimensionale);
- de volum (tridimensionale).

### 1.3.1 Defecte punctuale

Cele mai importante defecte punctuale sunt nodurile vacante ("vacanțe"), particule interstițiale, particule de impuritate. Cele mai întâlnite defecte punctuale sunt defectul Schottky și defectul Frenkel (figura 1.5).

*Defectul Schottky* este un defect simplu, care constă în existența unui nod vacant (absența unei particule dintr-un loc în care, în mod normal, ar fi trebuit să existe una). Energia necesară pentru formarea unui defect Schottky este, de exemplu, pentru aluminiu  $w_{dS} \approx 0.75$  eV.

*Defectul Frenkel* este un defect dublu, format dintr-o pereche nod vacant - particulă interstițială. Pentru aluminiu, energia necesară pentru producerea unui defect Frenkel este  $w_{dF} \approx 3$  eV.

#### Calculul concentrației defectelor punctuale de tip Schottky

Se consideră un cristal de volum unitate la o temperatură constantă  $T$  și care este stabil din punct de vedere termodinamic. Presupunem că acest cristal poate prezenta numai defecte Schottky având concentrația  $N_S$ . Este cunoscut faptul că un cristal este stabil din punct de vedere termodinamic atunci când energia liberă  $F$  atinge un minimum în prezența defectelor ( $\frac{\partial F}{\partial N_S} = 0$ ).

Mai întâi vom presupune că cristalul nu are nici un defect și energia sa liberă este

$$F_0 = W_0 - TS_0. \quad (1.3)$$

Apoi, presupunem că printr-o modalitate oarecare au fost create defecte de tip Schottky. Cristalul conținând aceste defecte va avea, acum, energia liberă

$$F = W - TS. \quad (1.4)$$



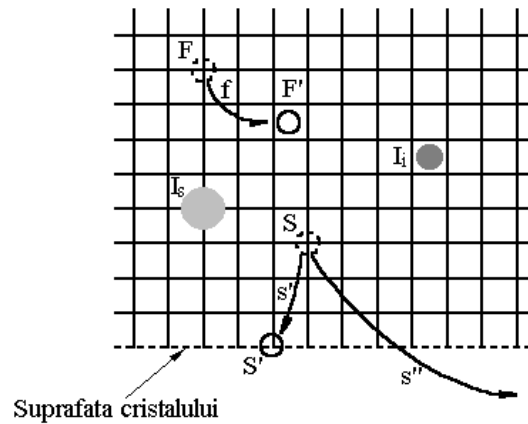


Figura 1.5: Defecte punctuale: F - nod vacant, F' - particulă interstițială, I<sub>s</sub> - impuritate de substituție, I<sub>i</sub> - impuritate interstițială.

Pentru a se putea produce un defect (de exemplu prin extragerea unui atom dintr-un nod al rețelei) trebuie ca cristalului să i se furnizeze o anumită energie. Rezultă că energia cristalului cu defecte este mai mare decât cea a cristalului fără defecte ( $W > W_0$ ). Avem, deci

$$\begin{aligned} W &= W_0 + \delta W, \\ \delta W &= N_S w_{dS}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

unde  $N_S$  este concentrația de defecte Schottky (pentru cristalul de volum unitate  $N_S$  reprezintă numărul total al defectelor din cristal).

Apariția defectelor în cristal constituie o transformare ireversibilă și, în conformitate cu cel de al doilea principiu al termodinamicii, entropia  $S$  crește:

$$S = S_0 + \delta S. \quad (1.6)$$

Variația entropiei este definită în fizica statistică prin relația:

$$\delta S = -k \ln \mathcal{P}, \quad (1.7)$$

unde  $\mathcal{P}$  este probabilitatea de realizare a unei anumite configurații de așezare a atomilor cristalului în cazul producerii celor  $N_S$  defecte Schottky.

Pentru un cristal care are  $N$  noduri și  $N_S$  defecte Schottky, numărul de configurații posibile este

$$g = C_N^{N_S} = \frac{N!}{N_S!(N - N_S)!}. \quad (1.8)$$

Probabilitatea de realizare a unei anumite configurații este

$$\mathcal{P} = \frac{1}{g}, \quad (1.9)$$

și, în consecință, relația (1.7) devine

$$\delta S = k \ln g = k[\ln N! - \ln N_S! - \ln(N - N_S)!]. \quad (1.10)$$

Pentru numere mari este valabilă aproximația lui Stirling:

$$N! \approx \left(\frac{N}{e}\right)^N, \quad (1.11)$$

care poate fi scrisă și sub forma

$$\ln N! \approx N \ln N - N. \quad (1.12)$$

Cu această aproximație, relația (1.10) devine

$$\begin{aligned} \delta S &= k[N \ln N - N - N_S \ln N_S + N_S - (N - N_S) \ln(N - N_S) + N - N_S] \Rightarrow \\ \delta S &= k[N \ln N - N_S \ln N_S - (N - N_S) \ln(N - N_S)]. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Relația de calcul a energiei libere poate fi acum scrisă

$$F = W - TS = W_0 + \delta W - TS_0 - T\delta S = F_0 + \delta W - T\delta S. \quad (1.14)$$

Apoi, cu (1.5) și (1.13), se obține

$$F = F_0 + N_S w_{dS} - kT[N \ln N - N_S \ln N_S - (N - N_S) \ln(N - N_S)]. \quad (1.15)$$

Valoarea lui  $N_S$  pentru care energia liberă  $F$  prezintă un minim se obține din ecuația  $\frac{\partial F}{\partial N_S} = 0$ , care conduce (utilizând relația (1.15)) la

$$w_{dS} - kT[-\ln N_S - 1 + \ln(N - N_S) + 1] = 0. \quad (1.16)$$

Deoarece numărul de defecte este neglijabil în raport cu numărul de noduri ( $N_S \ll N$ ), relația (1.16) se poate aproxima prin

$$w_{dS} = kT \ln \frac{N}{N_S}, \quad (1.17)$$

și, în cele din urmă,

$$N_S = N e^{-\frac{w_{dS}}{kT}}. \quad (1.18)$$

În mod similar, pentru concentrația de defecte Frenkel se obține

$$N_F = \sqrt{NN'} e^{-\frac{w_{dF}}{2kT}}, \quad (1.19)$$

unde  $N'$  este concentrația de interstiții și  $N$  este concentrația de noduri.

■ **Observații:**

1.  $N_S$  și  $N_F$  variază cu temperatura, precum și cu  $w_{dS}$  și, respectiv,  $w_{dF}$ .
2.  $w_{dS} < w_{dF}$ , ceea ce implică  $N_S > N_F$ .

■

# Capitolul 2

## Electroni în cristale

Primele teorii elaborate în cadrul fizicii clasice în scopul explicării proprietăților atomilor se bazează pe modele (ca acela al lui Rutherford și Bohr) în care particulele constitutive (electroni, protoni, neutroni) ascultă de legile mecanicii clasice și au un comportament similar corpurilor punctuale. Mai târziu, fizicienii și-au dat seama că felul în care se comportă microparticulele (de exemplu, electronii) este fundamental diferit de cel al corpurilor punctuale. De exemplu, la impactul cu suprafața unui cristal, electronii suferă difracții asemănătoare cu cele suferite de undele electromagnetice. Acest comportament, care contrazice conceptele mecanicii clasice, poate fi explicat numai în cadrul mecanicii cuantice.

În acest capitol se prezintă modelul clasic și modelele cuantice (electron liber, electron cuasiliber, electron puternic legat) elaborate în vederea descrierii comportamentului electronilor în cristale.

### 2.1 Modelul clasic al electronului

#### 2.1.1 Electron legat

*Electronul legat* în atom apare în cadrul modelului planetar al atomului (figura 2.1). În acest model, electronii sunt asimilați unor bile minuscule (ca de biliard), de rază  $r \approx 2,82 \cdot 10^{-5} \text{ \AA}$ , care gravitează în jurul nucleului .

În modelul electronului legat, momentul magnetic  $\mathbf{m}$  al electronului are două componente:

- o componentă  $\mathbf{m}_\Gamma$  corespunzătoare mișcării de rotație a electronului pe orbită  $\Gamma$ , numită moment magnetic orbital;

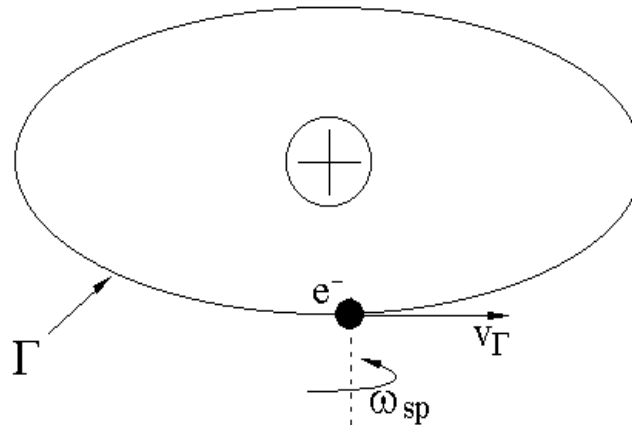


Figura 2.1: Modelul planetar al atomului.

- o componentă  $\mathbf{m}_{sp}$  numită moment magnetic de spin, care ar corespunde mișcării de rotație a electronului în jurul a unei axe ale sale (model inacceptabil deoarece ar presupune că viteza liniară de rotație în jurul axei să fie, la ”ecuatorul” electronului, mai mare decât viteza luminii).

Ca urmare, se poate scrie relația

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_\Gamma + \mathbf{m}_{sp}. \quad (2.1)$$

## 2.1.2 Electron de conducție. Deplasarea electronilor în cristale

Cu câteva excepții, toate materialele conductoare au o structură cristalină. Să admitem că, în medie, fiecare atom eliberează un electron de conducție. Acești electroni se află plasați în potențialul creat de către cationii care formează rețeaua.

Dacă cristalul nu prezintă nici un defect și dacă am presupune cationii total imobili, atunci electronii (presupuși a nu interacționa între ei) s-ar deplasa într-un potențial perfect periodic și, fiecare dintre ei și-ar conserva în mod riguros energia. Comportamentul lor ar fi comparabil cu cel al bilelor grele, deplasându-se fără frecare pe o suprafață, în medie orizontală, dar prezentând o rețea de vârfuri.

În realitate, o rețea cristalină nu este niciodată perfectă. Principalele tipuri de defecte care pot apare au fost descrise în paragraful 1.3. Electronii de conducție interacționează cu aceste defecte.

Rezultă, astfel, că mișcarea electronilor este perturbată fără încetare de procese aleatorii având cauze diverse, numite generic *ciocniri*.

Schimburile de energie ce se produc în timpul ciocnirilor conduc la un echilibru termodinamic al sistemului format din electronii de conducție și rețea. De exemplu, creșterea energiei cinetice a electronilor de conducție, datorată unui câmp electric aplicat, provoacă o creștere a energiei rețelei și, deci, o creștere a temperaturii.

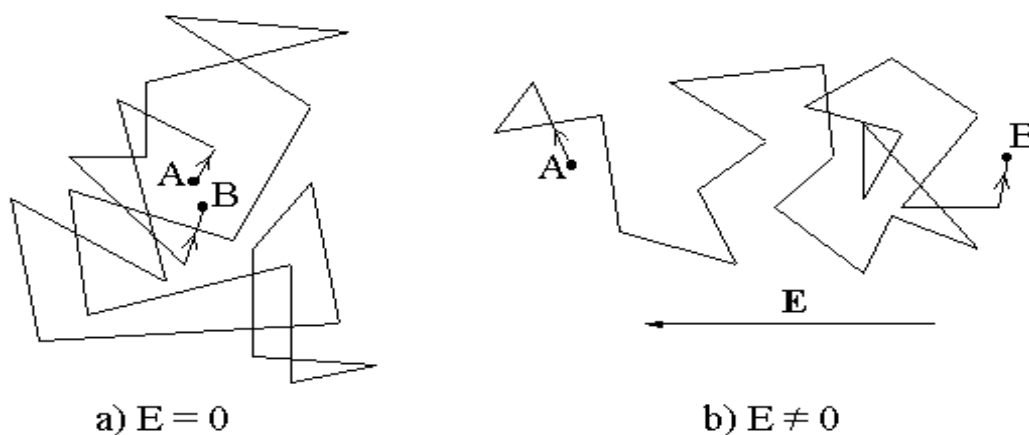


Figura 2.2: Trajectoriile unui electron în cristal: (a) în absența câmpului electric; (b) în prezența câmpului electric.

Traectoria unui electron în cristal are alura prezentată în figura 2.2. Fiecare schimbare de direcție corespunde unei ciocniri. Se numește *durată medie de ciocnire*  $\tau_c$ , durata medie dintre două ciocniri consecutive suferite de același electron. Distanța medie care este parcursă de un electron între două ciocniri consecutive se numește *drum liber mijlociu*  $\tilde{l}$ . Viteza electronilor poate fi descompusă în două componente  $\mathbf{v}_T$  și  $\mathbf{v}_D$  ( $\mathbf{v} = \mathbf{v}_T + \mathbf{v}_D$ ). În absența câmpului electric mișcarea electronilor în cristal este haotică și ea este datorată în exclusivitate agitației termice. Viteza electronilor este determinată, în acest caz, numai de transferul de energie cinetică rețea-electron care are loc în timpul ciocnirilor. Această viteză se numește *viteză termică*  $\mathbf{v}_T$ . La aplicarea unui câmp electric, peste mișcarea dezordonată a electronilor datorată agitației termice, se suprapune o mișcare ordonată, antiparalelă lui  $\mathbf{E}$ , datorată forței electrice care acționează asupra electronilor. Componenta vitezei electronilor datorată exclusiv acțiunii câmpului electric aplicat se numește *viteză de derivă (de drift)*  $\mathbf{v}_D$ . Legătura directă dintre viteza de drift  $\mathbf{v}_D$  și intensitatea câmpului electric  $\mathbf{E}$  este dată de relația

$$\mathbf{v}_D = \mathcal{M}\mathbf{E}, \quad (2.2)$$

unde  $\mathcal{M}$  este o mărime scalară, numită *mobilitatea electronului*, mărime egală, deci, cu viteza de derivă (drift) imprimată electronului de câmpul electric care are intensitatea egală cu unitatea.

■ **Observație:** Viteza termică este mult mai mare decât viteza de drift ( $v_T \gg v_D$ ). De exemplu, pentru aluminiu,  $v_T = 10^5$  m/s și  $v_D = 1$  cm/s. Între  $\tau_c$ ,  $\tilde{l}$  și  $v$  există relația

$$\tau_c = \frac{\tilde{l}}{v}.$$

■

După un anumit timp de la anularea câmpului electric, mișcarea de drift a electronilor dispare din cauza ciocnirilor, iar electronilor le rămâne numai mișcarea dezordonată datorată exclusiv agitației termice. Putem scrie

$$v_D = v_{D_0} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

unde  $v_D$  este viteza la momentul  $t > t_0$ ,  $v_{D_0}$  este viteza la momentul  $t_0$  al anulării câmpului, iar  $\tau$  se numește *durață de relaxare*. Se demonstrează că  $\tau \approx \tau_c$ .

## 2.2 Modele cuantice. Unde asociate electronilor

În anumite cazuri, electronii se comportă ca niște microparticulele, iar în alte cazuri ei se comportă ca niște unde. În 1924 Louis de Broglie a demonstrat că, fiecărui fenomen ondulatoriu i se poate asocia o microparticulă și fiecărei microparticule i se poate asocia o undă, numită *undă asociată*. Astfel, unui electron caracterizat de energia  $w$  și impulsul  $p$  i se asociază o undă caracterizată de frecvența  $f$ , lungimea de undă  $\lambda$ , vectorul de undă  $\mathbf{K}$  și numărul de unde  $K$ . Comportamentul dual electron - undă este descris de următoarele ecuații fundamentale ale mecanicii cuantice:

$$w = hf = \frac{h\omega}{2\pi} = \hbar\omega, \quad (2.3)$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar K, \quad (2.4)$$

$$p = K\hbar, \quad (2.5)$$

unde  $h = 6.62 \cdot 10^{-34}$  Js este constanta lui Planck (cuanta de acțiune) și  $\hbar = h/(2\pi)$ .

În realitate, fiecărui electron i se asociază o *funcție de undă*  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  care descrie stările electronului. Funcția de undă  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  este soluția ecuației lui Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U\Psi = j\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (2.6)$$

unde  $m$  este masa electronului căruia i se asociază  $\Psi$ , iar  $U$  este energia potențială a electronului.

Dacă electronul se găsește într-o stare staționară (energia sa este constantă) atunci ecuația Schrödinger (2.6) devine

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + U\psi = w\psi, \quad (2.7)$$

unde  $w$  este energia totală a electronului în starea descrisă de funcția de undă  $\psi = \psi(\mathbf{r})$ , care nu depinde decât de poziție.

Funcția de undă ( $\Psi$  sau  $\psi$ ) nu are o semnificație fizică. Există totuși o interpretare fizică în care apare funcția de undă și anume: pătratul modulului lui  $\Psi$  (sau  $\psi$ ) este egal (pâna la un factor constant arbitrar) cu densitatea de probabilitate  $\mathcal{P}$  a prezenței electronului într-un punct și într-un moment de timp considerat. Astfel:

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 = \mathcal{P}(\mathbf{r}, t), \quad (2.8)$$

unde, pentru stările staționare ( $w$  constantă),

$$|\psi(\mathbf{r})|^2 = \mathcal{P}(\mathbf{r}). \quad (2.9)$$

Interpretarea fizică a funcției de undă conduce la concluzia că ea trebuie să satisfacă cel puțin *condițiile standard* următoare:  $\psi$  trebuie să fie continuă, uniformă și mărginită în tot spațiul de variație a variabilelor de care depinde. În consecință, nu se pot reține toate soluțiile ecuației Schrödinger ca funcții de undă, ci numai cele care, respectând cel puțin condițiile standard, sunt interpretabile din punct de vedere fizic. Ecuația (2.7) supusă condițiilor standard este integrabilă numai pentru anumite valori ale lui  $w$ , numite valori proprii. Este posibil să se obțină mai multe soluții  $\psi_1^*, \dots, \psi_n^*$  pentru fiecare valoare proprie  $w$ . În acest caz avem o degenerescență cuantică, stările descrise de  $\psi_1^*, \dots, \psi_n^*$  se numesc *stări degenerate* și  $n$  este ordinul de degenerescență.

Soluția ecuației Schrödinger pentru stări staționare (2.7) ia forma ecuației undei plane

$$\psi(\mathbf{r}) = A \exp(j\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}), \quad (2.10)$$

unde  $A$  este o constantă. Expresia (2.10) a lui  $\psi(\mathbf{r})$  implică faptul că stările electronului, fiind determinate de  $\psi$ , sunt, de fapt, determinate de  $K$ .

**Concluzie:** Cu ajutorul funcției de undă se poate studia mișcarea electronilor în cristale. Astfel, deplasarea electronilor este asociată propagării undei, iar o ciocnire între un electron și rețea este asociată unei reflexii (și unei refracții) a undei.

## 2.3 Sisteme de particule. Numere cuantice

Nucleele și electronii cristalului formează un sistem de  $N$  particule al căror comportament este descris, în cazul stărilor staționare, de funcția de undă globală  $\psi_s$ , care este soluția



ecuației Schrödinger și care, în coordonate carteziene, are forma

$$\sum_{i=1}^N \left[ -\frac{\hbar^2}{2m_i} \left( \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial z_i^2} \right) \right] + U_s(x_1, \dots, z_N) \psi_s = w_s \psi_s, \quad (2.11)$$

unde  $U_s(x_1, \dots, z_n)$  este energia potențială a sistemului, și  $w_s$  este energia totală a sistemului. În acest caz,

$$|\psi_s|^2 = \psi_s \psi_s^*$$

reprezintă densitatea de probabilitate a prezenței primei particule a sistemului în vecinătatea unui punct dat  $M_1(x_1, y_1, z_1)$ , a celei de a doua particule în vecinătatea punctului  $M_2(x_2, y_2, z_2)$  etc..

Deoarece  $U_s$  depinde de coordonatele tuturor particulelor, integrarea ecuației (2.11) este, practic, imposibilă (pentru valori mari ale lui  $N$ ) și, de obicei, problema comportamentului electronilor se rezolvă prin aproximații. Astfel, s-au construit expresii de aproximare pentru funcții de undă unielectronice  $\psi_u$  care descriu starea unui electron al atomului. Funcțiile  $\psi_u$  au o formă asemănătoare cu cea a funcției de undă asociată electronului unui atom de hidrogen sau ion hidrogenoid (singurul sistem fizic pentru care s-a obținut soluția exactă a ecuației Schrödinger). Funcția de undă globală  $\psi_S$  rezultă, în acest caz, egală cu produsul funcțiilor unielectronice  $\psi_u$  ale electronilor atomului.

Funcțiile unielectronice depind, în stările staționare, de patru indici numerici, numiți *numere cuantice*. Numerele cuantice sunt:

- *numărul cuantic principal  $n$* . Acest număr determină în principal valorile energiei electronului.  $n = 1, 2, 3, \dots$
- *numărul cuantic secundar  $l$* . Acest număr determină valorile momentului cinetic orbital și momentului magnetic orbital ale electronului.  $l = 0, 1, 2, 3, \dots, n - 1$ .
- *numărul cuantic magnetic  $m_l$* . Acest număr determină valorile proiecțiilor momentului cinetic orbital și momentului magnetic orbital pe o direcție arbitrară (adesea direcția câmpului magnetic exterior).  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ .
- *numărul cuantic de spin  $m_s$* . Acest număr determină valorile proiecțiilor momentului cinetic propriu și momentului magnetic propriu al electronului pe o direcție arbitrară,  $m_s = \pm \frac{1}{2}$ .

O stare determinată de un ansamblu de valori date ale numerelor cuantice  $n$ ,  $l$  și  $m_l$  se numește *stare orbitală*, în timp ce o stare determinată de un ansamblu de valori date ale tuturor celor patru numere cuantice se numește *stare cuantică*. În consecință, unei stări orbitale îi corespund două stări cuantice, definite de  $m_s = \frac{1}{2}$  și  $m_s = -\frac{1}{2}$ .

### Principiul de excluziune a lui Pauli

Pentru sistemele formate de particule având  $m_s$  semiîntregi (electroni, protoni, neutroni) este valabil *principiul de excluziune a lui Pauli* conform căruia, într-o stare cuantică

se poate găsi o singură particulă componentă a sistemului. De exemplu, într-un sistem de electroni (de exemplu un atom cu mai mulți electroni) se pot găsi într-o stare orbitală dată cel mult doi electroni, unul cu  $m_s = \frac{1}{2}$  și celălalt cu  $m_s = -\frac{1}{2}$ . Se spune că cei doi electroni au spini antiparaleli. Altfel spus, într-un sistem de electroni, doi electroni nu pot avea aceleași valori ale numerelor cuantice  $n, l, m_l, m_s$ .

### 2.3.1 Stările electronilor în cristale

În studiul stărilor electronilor într-un cristal trebuie ținut cont de periodicitatea structurii cristaline și de câmpul electric produs de particulele constitutive ale cristalului. Pentru a găsi funcția de undă  $\psi_s$  ce caracterizează sistemul format de particulele constitutive ale cristalului, se admit următoarele *ipoteze simplificatoare*:

1. Se consideră că electronii sunt indiscernabili și că funcția de undă  $\psi$  asociată unui electron descrie starea electronii din cristal.
2. Se consideră cristalele unidimensionale, cu particule echidistante, dispuse la o constantă de rețea  $a$  unele în raport cu altele.
3. Se consideră că mișcările electronilor nu sunt influențate de deplasările ionilor plasați în nodurile rețelei cristaline (ionii sunt considerați imobili în noduri), chiar dacă există o interacțiune electron-ion prin intermediul câmpului electric produs de ioni.
4. Se admite că există o interacțiune între electronii studiați și câmpul electric produs de alți electroni.

Cu aceste ipoteze se poate scrie pentru energia potențială o expresie având forma unei serii Fourier:

$$U(x) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos\left(\frac{2nx\pi}{a}\right). \quad (2.12)$$

Ecuția Schrödinger devine

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{d^2\psi_s}{dx^2} + U(x)\psi_s = w_s\psi_s. \quad (2.13)$$

■ **Observație:** Unda  $\psi_s$  caracterizează întregul sistem de electroni dar ea este asociată unui singur electron. Vom nota  $\psi_s = \psi(x)$ . Dar  $U(x)$  continuă să aibă o expresie complicată și pentru a găsi funcția de undă  $\psi$  trebuie să admitem, în plus, alte ipoteze, rezultând astfel trei modele pentru electron: electron liber, cuasiliber și electron puternic legat. ■

### 2.3.2 Aproximația electronilor liberi

În aproximația electronilor liberi se consideră că electronii nu interacționează cu ionii din nodurile rețelei (forțele de interacțiune sunt nule). În consecință, energia potențială a acestora este constantă ( $U = U_0$ ).

Pentru ca funcțiile de undă (soluțiile ecuației Schrödinger) să poată fi atașate electronilor în mișcare, li se impune o *condiție de ciclicitate* (a lui Born), și anume, funcția de undă  $\psi(x)$  trebuie să fie periodică, de o perioadă  $L$  corespunzătoare unor domenii finite și suficient de mari a cristalului. De exemplu,  $L$  poate fi lungimea unui grăunte cristalin. Funcțiile de undă au, în acest caz, expresiile:

$$\psi(x) = A \exp(jKx) \quad \text{unde} \quad K = 0, \pm \frac{2\pi}{L}, \dots, \quad (2.14)$$

în care  $A$  nu depinde de  $x$ .

■ **Observație:** Rezultă că modulul  $|\psi(x)|$  nu depinde de  $x$  și, deci, că electronul se găsește cu aceeași probabilitate în fiecare punct al cristalului. ■

În aceste condiții energia  $w$  a unui electron are o variație parabolică în funcție de numărul de unde  $K$ :

$$w = \frac{\hbar^2}{2m_0} K^2 + U_0. \quad (2.15)$$

Condiția de ciclicitate implică

$$K_n = \frac{2n\pi}{L}, \quad n \in Z, \quad (2.16)$$

iar relația (2.15) devine

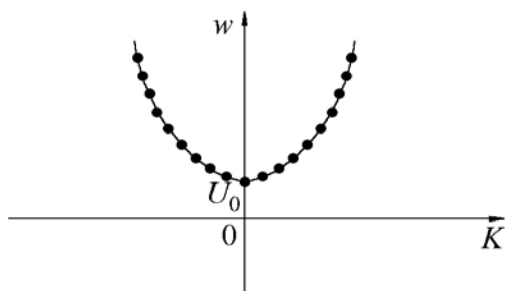
$$w_n = \frac{\hbar^2}{2m_0} K_n^2 + U_0 = \frac{2\pi^2 \hbar^2 n^2}{m_0 L^2} + U_0. \quad (2.17)$$

Relația (2.16) arată că energia  $w$  nu poate lua toate valorile parabolei  $w(K)$ , ci numai anumite valori care corespund valorilor întregi ale lui  $n$  (figura 2.3).

■ **Observație:** Energia electronilor liberi are o variație parabolică în funcție de  $K$ , dar ea ia valori discrete care corespund valorilor întregi ale numărului  $n$ . ■

### 2.3.3 Aproximația electronilor cuasiliberi

În aproximația electronilor cuasiliberi se consideră că electronii, în mișcarea lor interacționează cu ionii din nodurile rețelei cristaline prin intermediul câmpului electric

Figura 2.3: Variația  $w(K)$  pentru electronul liber.

al ionilor. Energia potențială este în acest caz (figura 2.4)

$$U(x) = U_0 + \sum_{i=1}^{\infty} U_i \cos\left(\frac{2ix\pi}{a}\right). \quad (2.18)$$

Se știe că reflexiile Bragg reprezintă o caracteristică fundamentală a propagării undelor în cristale. Efectul global al reflexiilor Bragg, acela de traversare a întregului cristal de către unde este unul de difracție. Aceste reflexii reprezintă cauza formării "benzilor de energie" (figura 2.5), deoarece funcțiile de unda corespunzătoare reflexiilor Bragg nu reprezintă soluții ale ecuației Schrödinger. Condiția de apariție a reflexiilor Bragg este:

$$2a \sin \theta = n\lambda, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2.19)$$

unde  $a$  este constanta rețelei, iar  $\theta$  este unghiul format de direcția de propagare a undei cu planele reticulare.

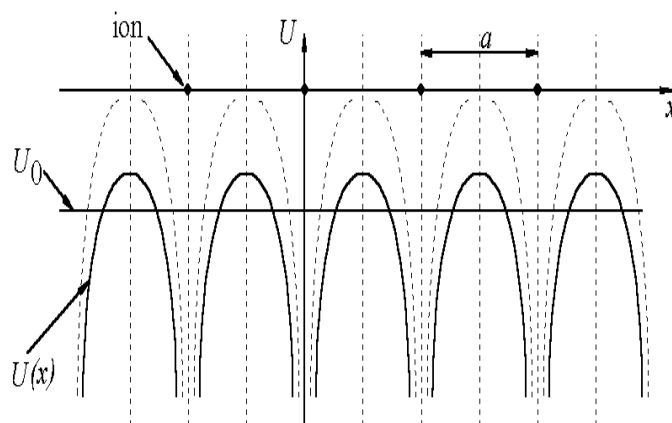


Figura 2.4: Variația energiei potențiale a electronului cuasiliber pentru un cristal unidimensional.

Vom explica, din punct de vedere fizic, originea benzilor de energie (permise și interzise) în cazul cristalului linear unidimensional având constanta de rețea  $a$ . În acest caz, când se presupune că direcția de propagare  $\psi$  este perpendiculară pe planul reticular, relația lui Bragg (2.19) are forma particulară  $2a = n\lambda$  și ținând cont de expresia numărului de unde  $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ , se obține:

$$K = \frac{n\pi}{a}, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.20)$$

Primele reflexii Bragg și, deci, primele benzi interzise se formează pentru  $K = \pm \frac{\pi}{a}$ . Alte benzi interzise se formează pentru alte valori ale numărului întreg  $n$ . Funcțiile de undă cu  $K = \pm \frac{\pi}{a}$  nu mai reprezintă unde care se propagă (de tipul  $\exp(\frac{jx\pi}{a})$ ), ci ele reprezintă unde care sunt compuse (fiecare) din părți egale ale undelor "călătoare" (2.14) care se propagă una în sensul pozitiv și cealaltă în sensul negativ al axei Ox. Aceste unde (cu  $K = \pm \pi/a$ ) se numesc *unde staționare* deoarece ele nu se propagă. Astfel, se pot forma două unde staționare diferite din cele două unde călătoare  $A \exp(\pm \frac{jx\pi}{a})$ :

$$\psi(+)=A \exp\left(\frac{j\pi x}{a}\right)+A \exp\left(-\frac{j\pi x}{a}\right)=2A \cos\left(\frac{x\pi}{a}\right), \quad (2.21)$$

$$\psi(-)=A \exp\left(\frac{j\pi x}{a}\right)-A \exp\left(-\frac{j\pi x}{a}\right)=2Aj \sin\left(\frac{x\pi}{a}\right). \quad (2.22)$$

Cele două unde staționare  $\psi(+)$  și  $\psi(-)$  fixează electronii în diferite regiuni și, în consecință, cele două unde au valori diferite ale energiei potențiale. Aceasta este originea benzilor de energie.

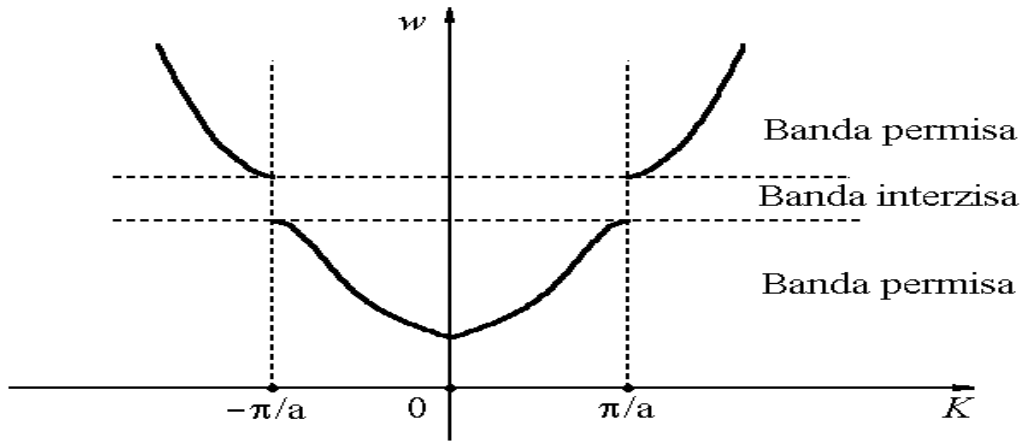


Figura 2.5: Variația  $w(K)$  pentru electronul cuasiliber.

Rezultă că densitatea de probabilitate  $\mathcal{P}(x)$ , de prezență într-un punct oarecare a unui electron caracterizat de  $\psi(+)$  este:

$$\mathcal{P}(+)=|\psi(+)|^2 \sim \cos^2\left(\frac{x\pi}{a}\right).$$

Această undă fixează electronii în punctele în care sunt centrați ionii pozitivi, adică în  $x = 0, a, 2a, \dots$ , acolo unde energia potențială prezintă minime. Pentru  $\psi(-)$  avem:

$$\mathcal{P}(-) = |\psi(-)|^2 \sim \sin^2\left(\frac{x\pi}{a}\right),$$

și deci această undă concentrează electronii departe de centrele ionilor, în punctele în care energia are maxime (figura 2.4, curbele punctate). Calculând energiile în cele două cazuri, se obține:

$$w(+)=\frac{\hbar^2 K^2}{2m_0}+U_0-\frac{U_1}{2}, \quad (2.23)$$

și

$$w(-)=\frac{\hbar^2 K^2}{2m_0}+U_0+\frac{U_1}{2}. \quad (2.24)$$

Astfel, rezultă că lărgimea benzii interzise este  $w_i = U_1$ .

■ **Observație:** În benzile permise energia  $w$  variază parabolic ca și în cazul electronilor liberi. ■

### Masa efectivă a electronului

Masa efectivă a electronului este o mărime care ține cont de interacțiunilor electronului cuasilibere cu rețeaua și care permite studiul mișcării electronilor în cristal cu ajutorul unor ecuații similare celor utilizate în cazul mișcării electronului liber în mecanica clasică. Dacă se consideră electronul ca o particulă clasică având masa inertă  $m_0$ , se poate aplica legea lui Newton

$$\mathbf{F} = m_0 \mathbf{a}, \quad (2.25)$$

unde  $\mathbf{F}$  este forța care acționează asupra electronului și care îi imprimă accelerația  $\mathbf{a}$ . Forța  $\mathbf{F}$  are două componente

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{int} + \mathbf{F}_{ext}, \quad (2.26)$$

unde  $\mathbf{F}_{ext}$  este forța datorată câmpului exterior, iar  $\mathbf{F}_{int}$  este forța ce derivă din potențialul creat de ioni. Relația (2.25) este foarte simplă, dar folosirea ei pentru a calcula mărimea  $\mathbf{a}$  rămâne problematică deoarece  $\mathbf{F}_{int}$  nu este cunoscută. Această dificultate este rezolvată prin introducerea mărimii numită *masa efectivă a electronului*  $m_0^*$ , definită de relația

$$m_0^* = \hbar^2 \left( \frac{d^2 w}{dK^2} \right)^{-1}. \quad (2.27)$$

Utilizând masa efectivă  $m_0^*$ , legea lui Newton poate fi scrisă

$$F_{ext} = m_0^* a. \quad (2.28)$$

Utilitatea acestei abordări rezidă în faptul că  $m_0^*$  poate fi calculată cu ușurință:

### 2.3.4 Aproximația electronilor puternic legați

În această aproximație se admite, ca ipoteză, faptul că electronii atomilor sunt strâns legați de nuclee și că stările lor sunt descrise de funcții de undă de tipul Heitler-London (figura 2.6).

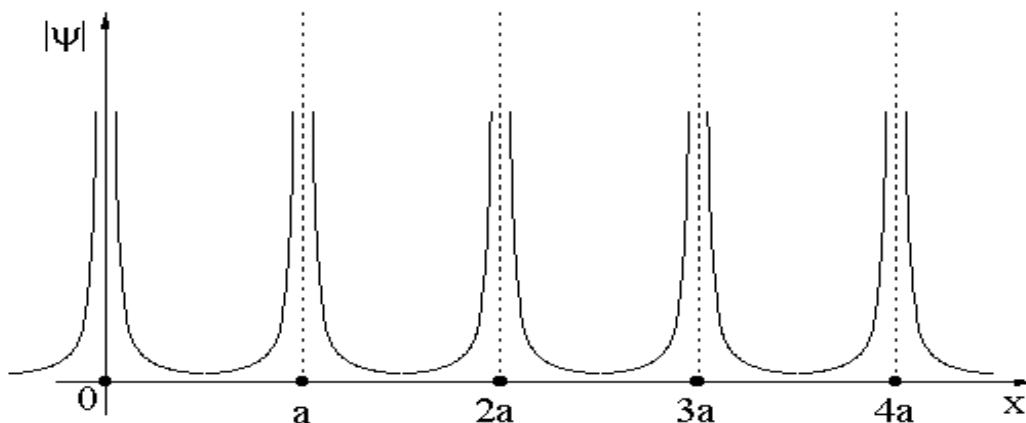


Figura 2.6: Funcție de undă de tipul Heitler-London.

Aceste funcții sunt diferite de zero numai în nodurile rețelei cristaline, excluzând posibilitatea ca electronii să se găsească în interstiții. Astfel, aceste funcții de undă nu pot caracteriza electronii liberi din cristal, ci numai electronii strâns legați (ce gravitează în jurul nucleelor).

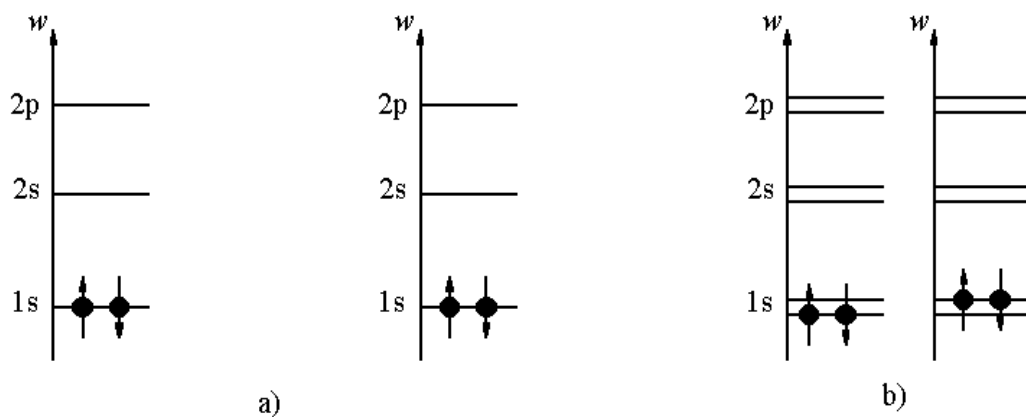


Figura 2.7: Niveluri de energie pentru doi atomi de He: a) izolați, și b) apropiați astfel încât nu se poate neglija interacțiunea dintre electronii lor.

În figura 2.7 (a) am considerat doi atomi de He situați departe unul de celălalt astfel

încât să nu existe interacțiuni între electronii celor doi atomi. Electronii se găsesc pe nivelurile de energie corespunzătoare atomului de He izolat. În figura 2.7 (b) am considerat cei doi atomi de He suficient de apropiați unul de celălalt, astfel încât interacțiunea dintre cei patru electroni nu poate fi neglijată. În acest caz cei patru electroni formează un sistem și, în conformitate cu principiul lui Pauli, fiecare electron se află într-o stare cuantică diferită de starea cuantică a oricăruia din ceilalți trei electroni. Satisfacerea acestei condiții se poate face dacă se consideră că fiecare nivel orbital de energie se "despică" în două noi niveluri (figura 2.7 b).

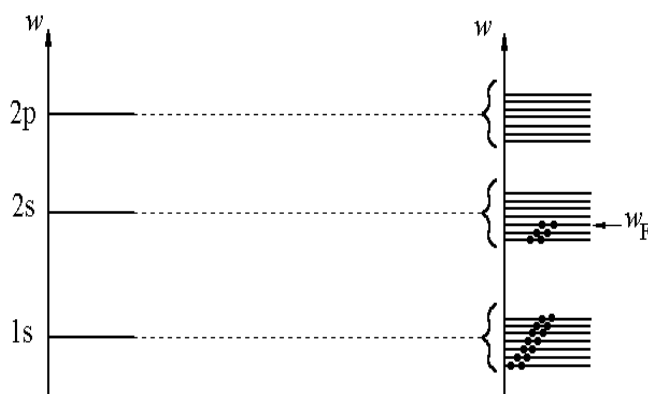


Figura 2.8: Benzi de energie care rezultă din apropierea a  $N$  atomi.

Generalizare:

La apropierea a  $N$  atomi oarecare (realizarea unui cristal cu  $N$  atomi) la o distanță la care electronii celor  $N$  atomi interacționează neneglijabil între ei, atunci fiecare nivel orbital de energie al atomului izolat se despică în  $N$  noi niveluri de energie (figura 2.8). Aceste niveluri se grupează în benzi permise de energie (bp) ce sunt separate de benzi interzise (bi) de energie (figura 2.9).

### ■ Observații:

- Cu cât energia  $w$  crește, cu atât benzile permise se lărgesc iar benzile interzise se îngustează (figura 2.9).
- Cu cât atomii se apropie unii de alții, cu atât benzile permise se lărgesc și benzile interzise se îngustează.

■



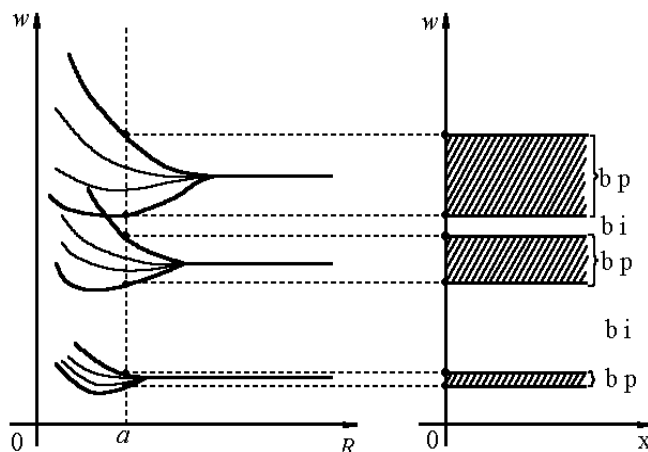


Figura 2.9: Despicierea nivelurilor de energie la apropierea atomilor.

**Concluzii:**

1. La constituirea unui cristal prin apropierea a  $N$  atomi, electronii legați ai cristalului au valorile energiei cuprinse în interiorul unor benzi permise, benzi care conțin  $N$  niveluri orbitale de energie.
2. În interiorul fiecărei benzi, energia ia valori discrete.
3. Benzile permise sunt despărțite de benzile interzise, benzi ce nu conțin valori (posibile) ale energiei electronilor.

## 2.4 Repartiția electronilor pe nivelurile benzilor permise

### 2.4.1 Statistica Fermi-Dirac

Modul de ocupare a benzilor permise rezultă din statistica Fermi-Dirac, conform căreia densitatea de repartiție a electronilor  $\varphi_0(w)$  are, în absența câmpurilor de forțe exterioare și la echilibru termic, expresia:

$$\varphi_0(w) = \frac{1}{e^{\frac{w-w_F}{kT}} + 1}, \quad (2.29)$$

unde  $w$  este energia nivelului cuantic considerat,  $w_F$  este nivelul Fermi,  $k$  este constanta lui Boltzmann ( $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$  J/K și  $T$  este temperatura (figura 2.10)).

Mărimea  $\varphi_0(w)$  reprezintă numărul mediu de electroni care se află pe un nivel de energie  $w$  într-o stare cuantică dată.

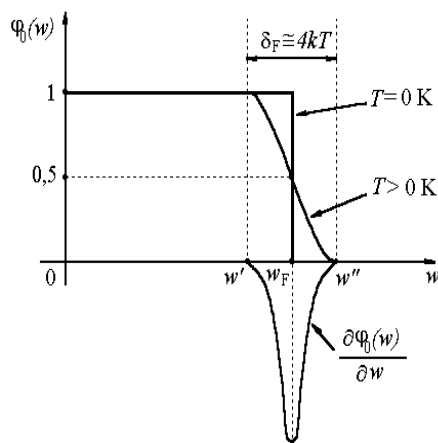


Figura 2.10: Variația densității de repartiție  $\varphi_0$  în funcție de energia  $w$ .

În cazul în care în cristal se stabilește un câmp electric de intensitate  $\mathbf{E}$ , care exercită asupra electronilor forța  $\mathbf{F} = -q_0\mathbf{E}$ , aceasta modifică densitatea de repartiție a electronilor și expresia (2.29) nu mai este valabilă. Densitatea de repartiție este, în acest caz, dată de expresia

$$\varphi(w) = \varphi_0(w) + \tau q_0 \mathbf{v} \mathbf{E} \frac{\partial \varphi_0(w)}{\partial w}, \quad (2.30)$$

unde  $q_0 = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C este modulul sarcinii electronului,  $\mathbf{v}$  este viteza electronului (a unei asociații electronului) și  $\tau$  este durata de relaxație ( $\approx \tau_c$ , durata medie dintre două ciocniri succesive ale electronilor cu ionii din nodurile rețelei).

Analizând expresia (2.30) se constată că există două cazuri distincte:

1. Energia  $w$  se găsește în exteriorul intervalului  $\delta_F$  (numit interval Fermi). Pentru aceste valori ale energiei,  $\frac{\partial \varphi_0}{\partial w} \approx 0$  și se obține  $\varphi(w) \approx \varphi_0(w)$ . În acest caz, electronii nu sunt afectați de prezența câmpului electric și ei au numai o mișcare dezordonată, datorată agitației termice. În consecință, electronii de pe aceste niveluri nu contribuie la stabilirea curentului electric de conducție. Această situație corespunde nivelurilor de energie complet ocupate.
2. Energia aparține intervalului  $\delta_F$ , unde  $\frac{\partial \varphi_0}{\partial w} < 0$ . În acest caz, există două posibilități:
  - (a) dacă  $\mathbf{v} \mathbf{E} < 0$ , atunci  $\varphi(w) > \varphi_0(w)$ ,
  - (b) dacă  $\mathbf{v} \mathbf{E} > 0$ , atunci  $\varphi(w) < \varphi_0(w)$ .

Așadar, în intervalul Fermi mișcările electronilor în sens opus câmpului  $\mathbf{E}$  sunt mai probabile decât mișcările electronilor în sensul lui  $\mathbf{E}$ . Rezultă că există un surplus de electroni care au viteza orientată în sens opus câmpului electric, acești electroni

fiind cei care stabilesc curentul de conducție în corp; ei sunt situați pe niveluri de energie incomplet ocupate (în medie, rezultă că  $\varphi_0(w) = 0.5$ ).

**Concluzie:** Numai electronii a căror energie aparține intervalului Fermi pot fi electroni de conducție, adică numai electronii de pe nivelurile parțial ocupate pot stabili un curent electric de conducție în cristal.

## 2.4.2 Conductori, semiconductori și izolatori

În funcție de structura benzilor de energie și de lățimea benzii interzise Fermi, corpurile se clasifică în *conductori*, *semiconductori* și *izolatori*.

*Izolatorii* au, la  $T = 0$  K, benzile permise fie complet ocupate, fie complet goale (figura 2.11). Nivelul limită Fermi  $w_F$  trece prin mijlocul unei benzi interzise de lățime mare ( $w_i > 3$  eV), numită *bandă interzisă Fermi* (sau, de obicei, doar bandă Fermi). Banda permisă complet ocupată situată sub  $w_F$  se numește *bandă de valență* (*bv*), iar banda permisă complet goală situată deasupra lui  $w_F$  se numește *bandă de conducție* (*bc*). Deoarece energia medie a unui electron este  $kT \approx 0,025$  eV la temperatura ambiantă ( $T \approx 300$  K), electronii din *bv* nu pot escalada banda interzisă Fermi pentru a trece în *bc*. Astfel, nici în *bc* nici în *bv*, nu există niveluri parțial ocupate și, deci, nu există electroni de conducție. Intervalul  $\delta_F \approx 4kT$  ( $\approx 0,1$  eV la  $T = 300$  K) este, evident, gol, deoarece el este complet inclus în banda interzisă Fermi.

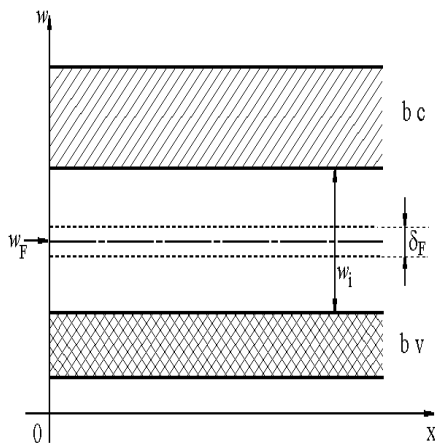


Figura 2.11: Structura benzilor de energie a unui izolator.

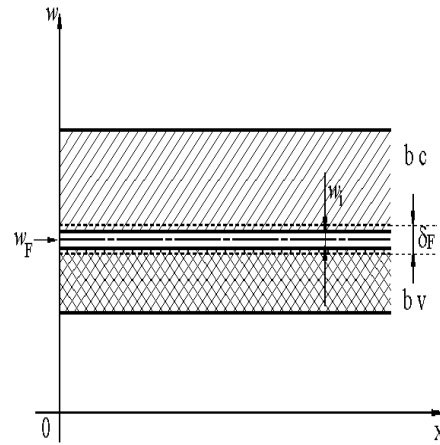


Figura 2.12: Structura benzilor de energie a unui semiconductor intrinsec.

*Semiconductorii* au aceeași structură de benzi ca și izolatorii, dar valoarea lui  $w_i$  este mult mai mică. Există două tipuri de semiconductori: *intrinseci* și *extrinseci*.

Semiconductorii intrinseci sunt materiale pure și au  $w_i \approx 10^{-2}$  eV (figura 2.12). Astfel, un număr destul de mare de electroni din  $bv$  pot trece în  $bc$ , escaladând banda Fermi, creându-se astfel purtători de sarcină (electroni în  $bc$  și goluri în  $bv$ ) care stabilesc un curent electric neneglijabil în corp. În acest caz,  $\delta_F$  (care conține electroni de conducție) se suprapune peste o porțiune din  $bc$  și peste o porțiune din  $bv$ .

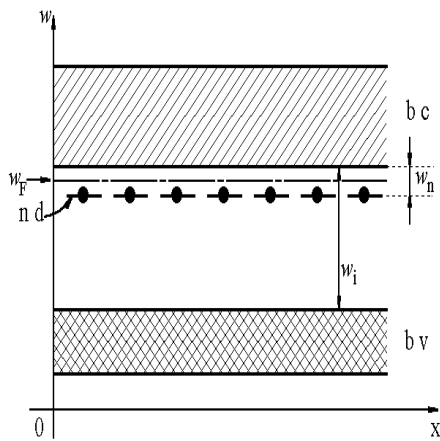


Figura 2.13: Structura benzilor de energie într-un semiconductor extrinsec de tip  $n$ .

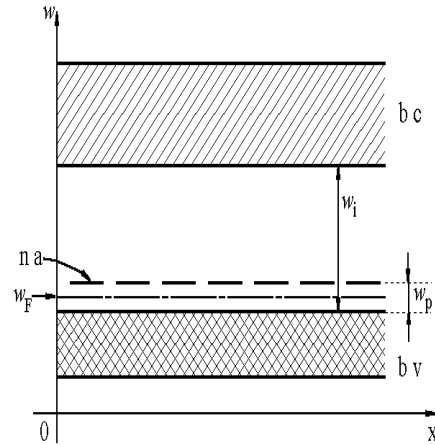


Figura 2.14: Structura benzilor de energie într-un semiconductor extrinsec de tip  $p$ .

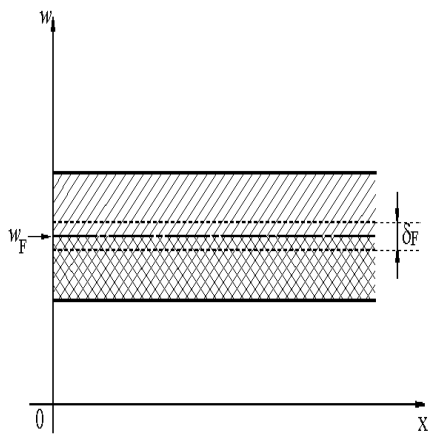


Figura 2.15: Structura benzilor de energie într-un metal monovalent.

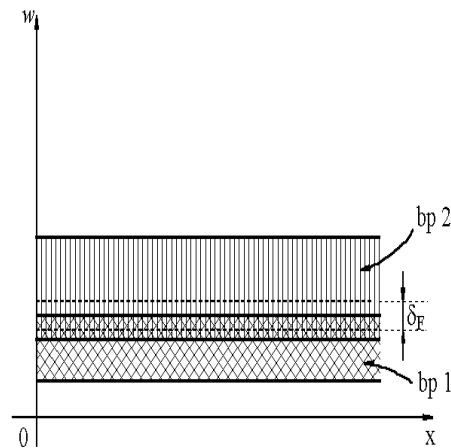


Figura 2.16: Structura benzilor de energie într-un metal bivalent.

Semiconductorii extrinseci se obțin prin dopare, adică prin adăugarea unei foarte mici cantități de atomi străini într-un semiconductor pur, care (în general) are  $w_i$  relativ mare (de exemplu  $w_i \approx 1,1$  eV pentru Si, și  $w_i \approx 0,7$  eV pentru Ge). Deoarece  $w_i$  este mai mare decât la semiconductorii intrinseci, electronii escaladează cu dificultate banda

interzisă Fermi. În acest caz prezența impurităților bine alese determină apariția în *bi* a nivelurilor adiționale (figura 2.13) de tip donator (*nd*), foarte apropiate de *bc* ( $w_n \approx 10^{-2}$  eV), și/sau de tip acceptor (*na*), foarte apropiate de *bv* ( $w_p \approx 10^{-2}$  eV), care pot furniza cu ușurință purtători de sarcină pentru conducția electrică.

Principalii conductori sunt *metalele monovalente*, la care  $w_F$  trece prin mijlocul unei benzi permise (*bp*). La temperatura ambiantă electronii plasați imediat sub  $w_F$  sar pe nivelurile situate imediat deasupra lui  $w_F$  și participă la conducția electrică.

În cazul *metalelor bivalente* la  $T = 0$  K, banda de conducție (*bp1*) este complet ocupată și prima bandă permisă (*bp2*) care se află deasupra lui *bp1* este complet goală. Este aceeași situație ca în cazul izolatoarelor dar, din cauza distanțelor mici între particulele constitutive, *bp1* și *bp2* se suprapun parțial. Astfel, electronii din *bp1* trec cu ușurință în *bp2* și, deci, se formează electroni de conducție.

### 2.4.3 Concentrația electronilor dintr-o bandă permisă

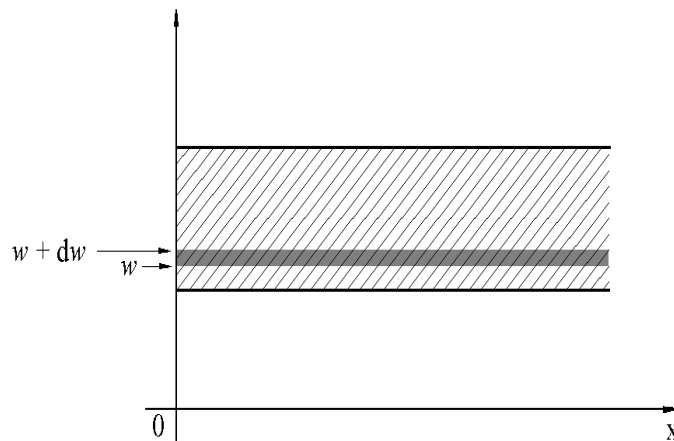


Figura 2.17: Banda permisă a unui cristal.

Se consideră o bandă permisă oarecare din cristal (figura 2.17). În această bandă, fie  $w$  un nivel arbitrar,  $w + dw$  un nivel foarte apropiat de  $w$  și  $dN_0$  concentrația electronilor din intervalul  $dw$ . Notăm cu  $dN_{niv}$  concentrația nivelurilor orbitale de energie din  $dw$ . Se definește *densitatea de stări*  $g(w)$  ca fiind numărul de stări orbitale din unitatea de volum și din unitatea de energie. În cazul stărilor nedegenerate, rezultă evident:

$$dN_{niv} = g(w)dw. \quad (2.31)$$

În fizica cuantică se obține pentru  $g(w)$  expresia

$$g(w) = \frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{4\pi^2\hbar^3} w^{\frac{1}{2}}. \quad (2.32)$$

Rezultă

$$dN_0 = dN_{niv} 2\varphi(w) = g(w) 2\varphi(w) dw \quad (2.33)$$

respectiv

$$dN_0 = \frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2 \hbar^3} w^{\frac{1}{2}} \varphi(w) dw. \quad (2.34)$$

Concentrația electronilor  $N_0$  se obține prin însumarea tuturor componentelor  $dN_0$  din banda permisă considerată:

$$N_0 = \int_0^\infty dN_0.$$

Considerând cristalul ca fiind un metal monovalent care se află la  $T = 0$  K, se obține

$$N_0 = \frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{3\pi^2 \hbar^3} w_F(0)^{\frac{3}{2}}. \quad (2.35)$$

Din (2.30) rezultă

$$w_F(0) = \frac{\hbar^2}{2m_0^*} (3\pi^2 N_0)^{\frac{2}{3}}. \quad (2.36)$$

Se demonstrează că, pentru  $T > 0$  K există relația

$$w_F(T) = w_F(0) \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{kT}{w_F(0)} \right)^2 \right].$$

■ **Observație:** Pentru valorile uzuale ale temperaturii (la care corpurile sunt în stare cristalină)  $w_F(T) \approx w_F(0)$ . ■



## Partea II

# Conducția electrică





## Capitolul 3

# Conducția electrică a metalelor

Din punct de vedere microscopic, curentul electric ce străbate un corp constă în mișcarea ordonată a purtătorilor de sarcină în raport cu corpul.

*Densitatea microscopică* a curentului electric  $\mathbf{j}_m$  se definește ca fiind realizată de convecția acestor purtători

$$\mathbf{j}_m = \rho_m \mathbf{v}_m, \quad (3.1)$$

unde  $\mathbf{v}_m$  este viteza microscopică a purtătorilor în raport cu un referențial inerțial și  $\rho_m$  este densitatea de volum a sarcinii electrice a purtătorilor. Densitatea de volum a sarcinii electrice  $\rho_m$  are expresia

$$\rho_m = Nq_m,$$

unde  $N$  este concentrația de volum a purtătorilor și  $q_m$  este sarcina unui purtător.

Astfel, relația (3.1) se scrie

$$\mathbf{j}_m = Nq_m \mathbf{v}_m.$$

*Densitatea macroscopică* a curentului electric  $\mathbf{J}$  se obține prin medierea densităților microscopice, în care vitezele particulelor libere trebuie considerate în raport cu corpul:

$$\mathbf{J} = \rho_m \widetilde{\mathbf{v}}_{mc} = Nq_m \widetilde{\mathbf{v}}_{mc}, \quad (3.2)$$

unde  $\mathbf{v}_{mc}$  este viteza microscopică locală a purtătorului de sarcină, în raport cu corpul.

Dacă purtătorii de sarcină sunt electronii, atunci  $\mathbf{v}_{mc}$  este viteza electronului  $\mathbf{v}$ , având componentele  $\mathbf{v}_T$  și  $\mathbf{v}_D$  care au fost definite în capitolul precedent, paragraful 2.1.2. Viteza medie este  $\widetilde{\mathbf{v}} \approx \widetilde{\mathbf{v}}_D$ , deoarece  $\widetilde{\mathbf{v}}_T$  este nulă datorită caracterului haotic al agitației termice. În acest caz, relația (3.2) devine

$$\mathbf{J} = Nq_m \widetilde{\mathbf{v}}_D = Nq_m \mathcal{M}\mathbf{E}, \quad (3.3)$$

unde  $\mathcal{M}$  este mobilitatea electronilor, definită de relația (2.2), și  $\mathbf{E}$  este intensitatea câmpului electric.

La nivel macroscopic  $\mathbf{J}$  rezultă din legea conducției electrice, care are în cazul corpurilor liniare, omogene, izotrope și fără câmp electric imprimat, expresia

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (3.4)$$

unde  $\sigma > 0$  este *conductivitatea electrică* a materialului.

Din egalitatea relațiilor (3.2) și (3.4) rezultă

$$\sigma = Nq_m\mathcal{M}. \quad (3.5)$$

### 3.1 Conductivitatea electrică a metalelor în aproximația electronilor cuasiliberi

Conducția electrică în cazul metalelor este o *conducție în benzi de energie*, adică una care se caracterizează prin faptul că, pe parcursul deplasării electronului sub acțiunea câmpului electric, electronii nu părăsesc banda de energie în care se află.

■ **Observație:** Deoarece în cazul semiconductorilor și izolatorilor există, de asemenea, o conducție în benzi de energie, componenta conductivității datorată acestui tip de conducție poate fi calculată cu relații similare celor deduse în acest paragraf pentru metale. ■

Se presupune că în decursul deplasării în cristal, electronii cuasiliberi pot suferi ciocniri numai cu impuritățile, imperfecțiunile rețelei sau cu fononii<sup>1</sup>.

Pentru a determina relația de calcul al conductivității metalelor, se va considera modelul electronului cuasiliber. Am văzut că în cadrul acestei aproximații energia electronilor cuasiliberi este grupată în benzi permise de energie și că aceasta ia valori discrete în interiorul acestor benzi.

Fie o bandă de conducție a unui metal monovalent, prin mijlocul căreia trece, la  $T = 0$  K, nivelul Fermi  $w_F$ . Această bandă rezultă din despicarea nivelului de valență al atomului izolat în  $N$  sub-nivele, unde  $N$  este numărul de atomi din cristal. În această bandă se consideră un nivel  $w$  și un altul  $w + dw$ , foarte aproape de  $w$  (figura 3.1).

---

<sup>1</sup>Energia de vibrație a rețelei cristaline este cuantificată și cuanta acestei energii se numește *fonon*. Se spune că undele elastice în cristale sunt constituite din fononi și că vibrațiile termice în cristale sunt reprezentabile prin fononi excitați termic.

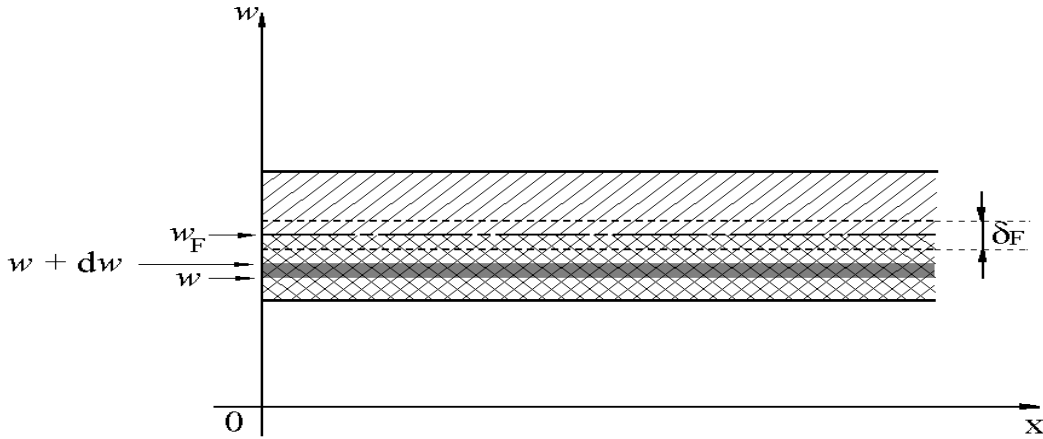


Figura 3.1: Banda de conducție a unui metal monovalent.

Concentrația de electroni a căror energie se găsește în interiorul intervalului  $dw$  este dată de relația (2.34):

$$dN_0 = \frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2\hbar^3} w^{\frac{1}{2}} 2\varphi(w) dw, \quad (3.6)$$

unde

$$\varphi(w) = \varphi_0(w) + \tau q_0 \mathbf{E} \mathbf{v} \frac{\partial \varphi_0(w)}{\partial w}. \quad (3.7)$$

Energia cinetică a electronilor care se găsesc în banda de conducție poate fi exprimată cu relația

$$w = \frac{m_0^* v^2}{2} = \frac{m_0^*}{2} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2). \quad (3.8)$$

Viteza  $v$  este practic egală cu viteza de agitație termică și, cum mișcarea de agitație termică este haotică, se poate scrie:  $v_x = v_y = v_z$ . Astfel, rezultă că

$$w = \frac{3}{2} m_0^* v_x^2. \quad (3.9)$$

Presupunem că din exterior se aplică un câmp electric  $\mathbf{E} = E_x \mathbf{i}$  orientat în sensul axei Ox. Fie  $dN_0$  numărul de electroni din unitatea de volum care au viteza cuprinsă între  $v_x$  și  $v_x + dv_x$ . Admițând că în intervalul infinit îngust  $dv_x$  acești electroni au practic aceeași viteză și aceeași energie, componenta după direcția Ox a densității elementare de curent corespunzând celor  $dN_0$  electroni are expresia

$$dJ_x = dN_0 (-q_0) v_x. \quad (3.10)$$

Ținând seamă de relația (3.6), rezultă

$$dJ_x = -\frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2\hbar^3} w^{\frac{1}{2}} \varphi(w) q_0 v_x dw \quad (3.11)$$

Integrând expresia (3.11) pentru toate valorile posibile ale vitezei și, ținând cont de relația (3.7), se obține

$$\begin{aligned} J_x &= \int_{v_x=-\infty}^{v_x=+\infty} dJ_x = \\ &= -q_0 \frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2\hbar^3} \left[ \int_{v_x=-\infty}^{v_x=+\infty} w^{\frac{1}{2}} v_x^2 \varphi_0(w) dw + \right. \\ &\quad \left. + \tau \int_{v_x=-\infty}^{v_x=+\infty} w^{\frac{1}{2}} v_x \varphi_0 q_0 E_x \int_{v_x=-\infty}^{v_x=+\infty} w^{\frac{1}{2}} v_x^2 \frac{\partial \varphi_0(w)}{\partial w} dw \right]. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Notăm:

$$I_1 = \int_{v_x=-\infty}^{v_x=+\infty} w^{\frac{1}{2}} v_x \varphi_0(w) dw, \quad (3.13)$$

$$I_2 = \int_{v_x=-\infty}^{v_x=+\infty} w^{\frac{1}{2}} v_x^2 \frac{\partial \varphi_0(w)}{\partial w} dw. \quad (3.14)$$

Integrala  $I_1 = 0$  deoarece integrantul este o funcție impară în raport cu  $v_x$  ( $\varphi_0(w) > 0$  este o funcție pară în raport cu  $v_x$  și  $w^{\frac{1}{2}} > 0$ ).

La temperaturi uzuale, intervalul Fermi  $\delta_F$ , acolo unde se află electronii care pot fi afectați de acțiunea unui câmp exterior, este foarte îngust (figura 2.10), astfel încât în acest interval funcția  $\frac{\partial \varphi_0}{\partial w}$  este extrem de ascuțită și ia valori negative. În consecință putem face aproximația

$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial w} \approx -\delta(w - w_F), \quad (3.15)$$

unde  $\delta(w - w_F)$  este funcția lui Dirac aferentă energiei  $w_F$ . Rezultă că  $\frac{\partial \varphi_0(w)}{\partial w} \neq 0$  practic numai pentru  $w = w_F$  și, deci, în  $I_2$  putem considera  $w = w_F$  și  $v_x = v_{xF} = \sqrt{\frac{2w_F}{3m_0^*}}$ . Ținând cont și de relația

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0) \quad (3.16)$$

se obține

$$I_2 = - \int_{v_x=-\infty}^{v_x=+\infty} w^{\frac{1}{2}} v_x^2 \delta(w - w_F) dw = -w_F^{\frac{1}{2}} v_{xF}^2. \quad (3.17)$$

Revenind la (3.12) se obține pentru  $J_x$  expresia

$$J_x = -q_0 \frac{(2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2\hbar^3} \tau q_0 E_x \left( -w_F^{\frac{1}{2}} \frac{2w_F}{3m_0^*} \right) = \frac{q_0^2 \tau (2m_0^*)^{\frac{3}{2}}}{3\pi^2\hbar^3} E_x \frac{w_F^{\frac{3}{2}}}{m_0^*}. \quad (3.18)$$

Considerând  $w_F = w_F(0)$  și utilizând relația (2.36) se obține

$$w_F = \frac{\hbar^2}{2m_0^*} (3\pi^2 N_0)^{\frac{2}{3}} \quad (3.19)$$

și

$$J_x = \frac{q_0^2 \tau (2m_0^*)^{\frac{3}{2}} E_x}{3\pi^2 \hbar^3} \frac{\hbar^3}{m_0^* (2m_0^*)^{\frac{3}{2}}} 3\pi^2 N_0 = \frac{N_0 q_0^2 \tau}{m_0^*} E_x. \quad (3.20)$$

În cazul unui cristal izotrop  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma$ , și legea conducției electrice se scrie

$$J_x = \sigma_x E_x = \sigma E_x. \quad (3.21)$$

Din (3.20) și (3.21) rezultă

$$\sigma = \frac{N_0 q_0^2 \tau}{m_0^*}. \quad (3.22)$$

Fie  $\tilde{l}$  drumul liber mijlociu și  $v$  viteza electronului ( $v = v_T = v_F$  unde  $v_F$  este viteza Fermi). Relația (3.22) devine

$$\sigma = \frac{N_0 q_0^2 \tilde{l}}{m_0^* v_F}. \quad (3.23)$$

Se știe că relația între rezistivitatea  $\rho$  și conductivitatea  $\sigma$  este  $\rho = 1/\sigma$ . Astfel, rezultă pentru rezistivitatea metalelor relațiile

$$\rho = \frac{m_0^*}{N_0 q_0^2 \tau} \quad \text{sau} \quad \rho = \frac{m_0^* v_F}{N_0 q_0^2 \tilde{l}}.$$

### ■ Observații:

1. Conductivitatea  $\sigma$  determinată în acest paragraf pentru metale corespunde unei conducții în benzi de energie și, în consecință relația (3.23) poate fi utilizată de asemenea atât în cazul semiconductorilor cât și în cazul izolatorilor pentru calculul conductivității datorate conducției în benzi;
2. O observație foarte importantă se poate face observând valorile din tabelul 3.1 din care rezultă că drumul liber mijlociu  $\tilde{l}$  este mult mai mare decât constanta rețelei  $a$ . Explicația acestei diferențe este prezentată în paragraful următor.
3. Deoarece pentru metale  $\sigma = N_0 q_0 \mathcal{M} = \frac{N_0 q_0^2 \tau}{m_0^*}$ , rezultă pentru calculul mobilității  $\mathcal{M}$ , relația  $\mathcal{M} = \frac{q_0 \tau}{m_0^*}$ . Cu această relație și valorile prezentate în tabelul 3.1 se observă că pentru metale  $\mathcal{M} = 10^{-2} \div 10^{-3} \text{ m}^2/(\text{Vs})$ .

■

Tabelul 3.1: Proprietăți ale câtorva metale uzuale.

Metal	Na	K	Cu	Ag	Al
$\sigma$ [MS/m]	23	19	64	68	36
$\tilde{l}$ [Å]	350	370	420	570	147
$N_0 10^{-28}$ [m <sup>-3</sup> ]	2,5	1,3	8,5	5,8	18,06
$\tau 10^{14}$ [s]	3,1	4,4	2,7	4,1	0,73
$w_F(0)$ [eV]	3,12	2,14	7,014	5,48	12,01
$v_F$ [Mm/s]	1,65	0,87	1,58	1,4	2,02
$a$ [Å]	4,28	5,33	3,61	4,09	2,88

## 3.2 Relația între drumul liber mijlociu și constanta rețelei

Datele din tabelul 3.1 arată că drumul liber mijlociu  $\tilde{l}$  este mult mai mare decât constanta rețelei  $a$  ( $\tilde{l} \gg a$ ). Acest lucru nu poate fi explicat în fizica clasică unde  $\tilde{l} \approx a$ .

În fizică (chiar și în cea clasică) se consideră că agitația termică a particulelor din rețelele cristaline corespunde suprapunerii unor unde elastice de frecvențe diferite, unde care se propagă în cristal în toate direcțiile.

Undele care se amorsează în cristal sunt numeroase și, în consecință, suprapunerea lor imprimă particulelor o mișcare foarte complicată de agitație termică. Se spune că mișcarea ondulatorie a unui ion datorată agitației termice se transmite în cristal prin *unde termice*. Undele termice care se propagă în cristal pot fi, pe de o parte longitudinale sau transversale, pe de altă parte acustice (de frecvențe joase și care se amorsează la temperaturi joase) sau optice (de frecvențe înalte și care se amorsează la temperaturi înalte).

În ceea ce privește conductivitatea, interesează numai undele longitudinale cu frecvențe corespunzătoare undelor acustice, deoarece la temperaturi uzuale de utilizare a mașinilor electrice și dispozitivelor electronice, sunt amorsate numai unde acustice. Nu toate undele care se amorsează la un moment dat în corp se mențin un timp mai îndelungat ci numai acele unde ale căror frecvențe sunt astfel încât undele reflectate (pe suprafața cristalului, de exemplu) să fie în fază cu cele incidente. Aceste unde (numite staționare) sunt singurele care determină agitația termică în cristal și ele se numesc *moduri normale de vibrație*.

■ **Observație:** Undele acustice de frecvențe joase au lungimea de undă  $\lambda$  mare. Rezultă că  $\lambda \gg a$ , unde  $a$  este constanta rețelei. ■

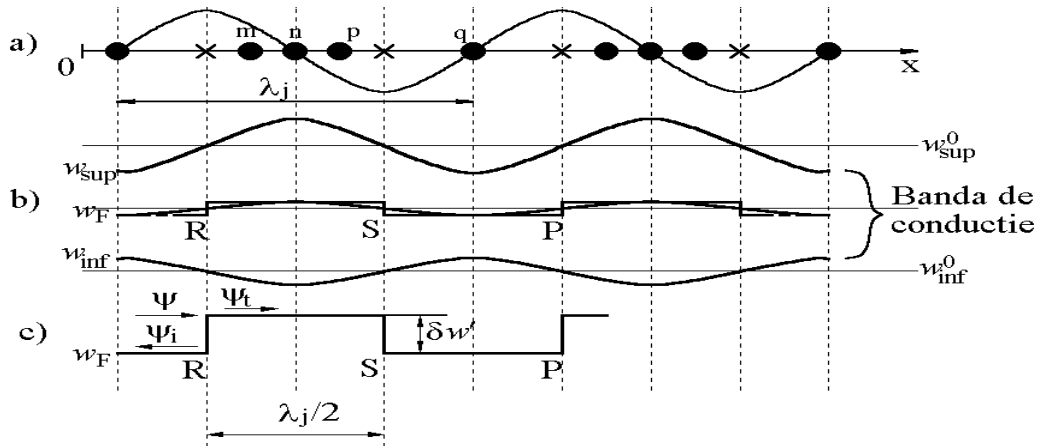


Figura 3.2: Undă acustică ce modifică banda de conducție a unui metal monovalent.

Se consideră un metal monovalent în care se presupune că se propagă un singur mod normal de vibrație, de frecvență  $f_j$  și de lungime de undă  $\lambda_j$ . În figura 3.2 - a am considerat unda cu  $\lambda_j$  care se propagă în lungul axei  $Ox$  (care este paralel cu o linie reticulară). Se notează cu  $x$  pozițiile nodurilor din rețea în absența mișcării de agitație termică, și cu  $\bullet$  pozițiile particulelor ca urmare a prezenței undei termice. Se consideră ca sens pozitiv pentru propagarea undei sensul pozitiv al axei  $Ox$ .

Consecința propagării undei este apariția unor regiuni în care cristalul este comprimat (particulele sunt mai aglomerate - vezi reperele  $m, n, p$  în figura 3.2 - b) și regiuni în care cristalul este dilatat (particulele sunt mai distanțate - vezi reperul  $q$  în figura 3.2 - c).

■ **Observație:** Deoarece  $\lambda_j \gg a$ , regiunile comprimate și regiunile dilatate conțin foarte mulți atomi. ■

În figura 3.2 - b sunt reprezentate cu linii drepte  $w_{sup}^0$  și  $w_{inf}^0$ , niveluri care limitează banda de conducție fără vibrații termice. Nivelul Fermi  $w_F$  se găsește la mijlocul benzii de conducție (metal monovalent). Deoarece banda permisă se lărgescă atunci când distanța între particule se diminuează și se îngustează atunci când distanța între particule crește, apariția regiunilor comprimate și dilatate determină ondulara nivelurilor  $w_{sup}^0$  și  $w_{inf}^0$  (figura 3.2 - b), rezultând  $w_{sup}$  și  $w_{inf}$ .

Electronii care se găsesc pe  $w_{inf}$  au energia mult mai mică, și ei sunt în consecință mai stabili, mai puțin influențați din exterior decât cei de pe  $w_{sup}$ , ceea ce face ca deformarea lui  $w_{inf}$  să fie mai mică decât cea a lui  $w_{sup}$ . În consecință  $w_F$  suferă de



asemenea undulații pentru a rămâne mereu la mijlocul benzii de conducție. Putem simplifica deformarea lui  $w_F$  considerând-o că variază în trepte, considerând astfel că atât în regiunile comprimate cât și în cele dilatate cristalul este ideal, și deci particulele (numeroase în orice regiune) sunt echidistante.

La trecerea dintr-o regiune comprimată într-o regiune dilatată, sau dintr-o regiune dilatată într-o regiune comprimată (punctele R, S, P) electronul de conducție, a cărui energie este  $w_F$  prezintă variații bruște ale energiei cu  $\Delta w'$  (figura 3.2 - c), în timp ce de-a lungul regiunilor comprimate (între R și S), sau dilatate (între S și P), electronul nu prezintă nici un fel de variație a energiei. Reamintim că deplasării în sens clasic a electronului îi corespunde propagarea undei  $\psi$ . Fie un electron care se deplasează din R către S. Între R și S energia electronului nu se modifică și unda  $\psi$  se propagă neperturbată. Atunci când electronul ajunge în S,  $\psi$  suferă o reflexie și o refracție din cauza variației bruște de energie, rezultând o undă reflectată  $\psi_i$  (undă inversă) și o undă refractată  $\psi_t$  (undă transmisă). Lui  $\psi_i$  îi corespunde o mișcare a electronului în sens opus mișcării anterioare, adică o ciocnire din punct de vedere clasic. Lui  $\psi_t$  îi corespunde o mișcare a electronului dincolo de S, în sensul axei Ox. În continuare, unda se propagă neperturbată până în punctul P, unde, din cauza unei noi variații bruște de  $w_F$ , aceasta suferă de asemenea o reflexie și o refracție, adică o nouă ciocnire a electronului cu rețeaua.

Deoarece drumul liber mijlociu  $\tilde{l}_j$  este aproximativ egal cu distanța  $SP = \lambda_j/2$ , rezultă că  $\tilde{l}_j \gg a$ , adică între două ciocniri consecutive (una în S, alta în P) electronul trece printre numeroase particule fără a le ciocni. Prin urmare, este evident că atunci când se consideră toate modurile normale de vibrație,  $\tilde{l}$  corespunzător va fi mult mai mare decât constanta rețelei  $a$ .

**Concluzie:** Electronii suferă ciocniri numai în punctele situate la o distanță  $\tilde{l} = \lambda/2 \gg a$ , în care, din cauza variației distanței dintre particule datorită propagării undei termice,  $w_F$  se modifică brusc.

### 3.3 Dependența conductivității metalelor de temperatură

Mai întâi analizăm intuitiv variația conductivității  $\sigma$  cu temperatura  $T$ . Pentru aceasta, în relația (3.22) se examinează factorii care variază cu temperatura și în ce sens este această variație. Astfel,  $q_0$  este constantă și  $m_0^*$  nu depinde de  $T$ . În ceea ce privește  $N_0$ , aceasta scade puțin la creșterea lui  $T$ , deoarece numărul de electroni de conducție rămâne practic constant în timp ce volumul corpului crește (corpul se dilată). Dar, la temperaturi uzuale, dilatarea corpului și, respectiv reducerea lui  $N_0$  sunt foarte scăzute și pot fi neglijate. Prin intensificarea agitației termice numărul de ciocniri din unitatea de timp crește și durata de relaxare  $\tau$  (care este aproximativ egală cu durata medie de

ciocniri  $\tau_c$ ) scade cu temperatura  $T$ . În cele din urmă, rezultă că  $\sigma$  scade cu creșterea temperaturii.

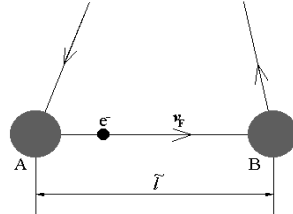


Figura 3.3: Electron între două ciocniri succesive cu particulele rețelei.

Intuitiv am văzut că, pentru metale, conductivitatea  $\sigma$  scade atunci când temperatura  $T$  crește. În acest paragraf se prezintă relația care există între  $\sigma$  și  $T$ . Între două ciocniri succesive cu particulele  $A$  și  $B$  (figura 3.3), electronul parcurge în medie distanța  $\tilde{l}$  în intervalul de timp  $\tau$ . Dacă electronul (care are viteza  $v_F$ ) ajunge la echilibru termodinamic cu rețeaua, rezultă că energia  $\Delta w$  câștigată de electron pe distanța  $\tilde{l}$  trebuie să fie egală cu energia cinetică medie de agitație termică a particulei ciocnite. În momentul în care electronul suferă o ciocnire cu o particulă, electronul îi cedează toată energia acumulată pe distanța  $\tilde{l}$  (adică pe durata  $\tau$ ). Această energie, absorbită de particula  $B$ , întreține agitația termică a particulei și, în consecință,  $\Delta w$  trebuie să fie egală cu energia de agitație termică a particulei. Altfel, electronul ar rămâne cu resturi de energie și deci, energia electronului ar crește foarte mult și nu ar mai exista echilibru termodinamic. Considerând că particula are trei grade de libertate, energia de agitație termică a unei particule este  $\frac{3}{2}kT$  (adică  $\frac{1}{2}kT$  pentru fiecare grad de libertate) și putem scrie

$$\Delta w = \frac{3}{2}kT. \quad (3.24)$$

Energia  $\Delta w$  este acumulată în intervalul  $\Delta t = \tau$ . În conformitate cu principiul lui Heisenberg, rezultă că între  $\Delta w$  și  $\Delta t$  există relația

$$\Delta w \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (3.25)$$

Apoi, rezultă că

$$\frac{3}{2}kT\tau \geq \frac{\hbar}{2},$$

din care

$$\tau = \frac{\hbar}{3kT}. \quad (3.26)$$

Cu (3.26) expresia conductivității  $\sigma$  devine

$$\sigma = \frac{N_0 q_0^2 \tau}{m_0^*} = \frac{N_0 q_0^2 \hbar}{3k m_0^* T}, \quad (3.27)$$

care poate fi scrisă sub formă

$$\sigma = \frac{\text{const}}{T}. \quad (3.28)$$

Atunci când a fost dedusă relația (3.26) s-a presupus că particulele din noduri au trei grade de libertate, neglijând interacțiunile dintre particule, lucru care este posibil numai la temperaturi uzuale (ale mașinilor electrice, dispozitivelor electronice, etc). La temperaturi mult mai scăzute, sub o temperatură numită temperatură Debye ( $T_D$ ), această ipoteză nu mai poate fi luată în considerare deoarece legăturile dintre particule sunt puternice. Astfel, sub  $T_D$ , relația (3.28) nu mai este valabilă și ea este înlocuită de relația empirică

$$\sigma \approx \frac{\text{const}'}{T^5}. \quad (3.29)$$

În tabelul 3.2 sunt prezentate valori ale temperaturii  $T_D$  pentru câteva metale utilizate în mod curent în electrotehnică.

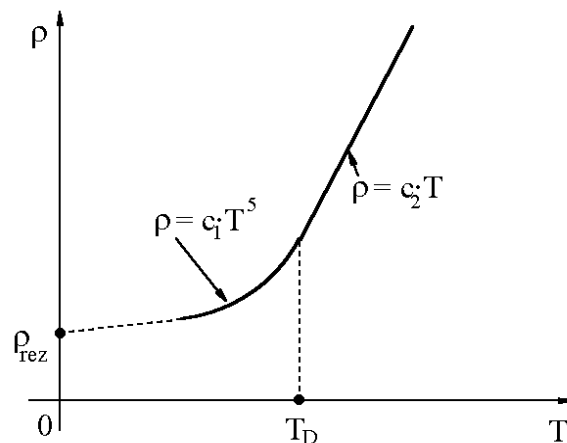


Figura 3.4: Variația rezistivității metalelor cu temperatura.

Tabelul 3.2: Valori ale temperaturii Debye.

Element	Cu	Ag	Au	Pt	Al
$T_D$ [K]	320	214	160	240	428

Dacă se exprimă rezistivitatea  $\rho = 1/\sigma$  în funcție de temperatură, se obține

$$\rho = \begin{cases} c_1 T^5, & T \leq T_D \\ c_2 T, & T > T_D. \end{cases} \quad (3.30)$$

unde  $c_1$  și  $c_2$  sunt constante (vezi de asemenea și figura 3.4).

În practică, pentru temperaturi uzuale de funcționare ale mașinilor electrice și dispozitivelor electronice se utilizează pentru calculul rezistivității, relația

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha_\rho(T - T_0)], \quad (3.31)$$

unde  $\alpha_\rho$  este coeficientul de temperatură al rezistivității, și  $\rho_0$  este valoarea rezistivității la  $T_0$  (aleasă ca temperatură de referință). De obicei  $T_0 = 293,15$  K.

■ **Observație:** Coeficientul  $\alpha_\rho$  depinde de temperatura  $T$ . ■

### 3.4 Variația conductivității metalelor în funcție de conținutul de impurități, de starea de agregare și de tratamentele termice și mecanice

Electronii suferă împrăștiere (ciocniri în sens clasic) pe defectele rețelei cristaline. Aceste defecte pot fi decelate urmărind punctele în care funcția de undă  $\psi$  asociată electronului suferă reflexii (și refracții). După cum am văzut, un tip de defect se datorează agitației termice. Alte defecte sunt existența impurităților și deformările mecanice ale cristalului. Fiecare defect produce un mecanism propriu de împrăștiere a electronilor. Dacă cristalul are  $n$  tipuri de defecte atunci există  $n$  mecanisme de împrăștiere și în consecință  $n$  durate de relaxare  $\tau_i$ ,  $i = 1, n$ . Dacă se consideră numai cele trei tipuri de defecte prezentate anterior, duratele de relaxare corespunzătoare sunt  $\tau_T$ ,  $\tau_{imp}$ ,  $\tau_{mec}$ , și expresia rezistivității devine

$$\rho = \frac{m_0^*}{N_0 q_0^2} \left( \frac{1}{\tau_T} + \frac{1}{\tau_{imp}} + \frac{1}{\tau_{mec}} \right) = \rho_T + \rho_{imp} + \rho_{mec}. \quad (3.32)$$

De obicei, suma  $\rho_{imp} + \rho_{mec}$  se numește rezistivitate reziduală  $\rho_{rez}$ :

$$\rho_{imp} + \rho_{mec} = \rho_{rez}.$$

Atunci, expresia (3.32) se scrie

$$\rho = \rho_T + \rho_{rez}, \quad (3.33)$$

cunoscută sub numele de expresia lui Mathiessen.

■ **Observație:** Se consideră că duratele de relaxare  $\tau_{imp}$  și  $\tau_{mec}$  nu depind explicit de temperatura  $T$  și orice dependență de temperatură se regăsește în  $\tau_T$ , fapt confirmat de experiență pentru o slabă concentrație de defecte și pentru o temperatură care nu este prea ridicată. ■

### 3.4.1 Variația conductivității în funcție de conținutul de impurități

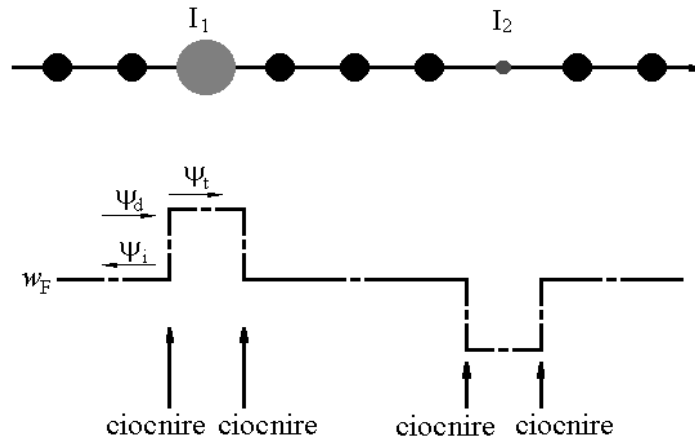


Figura 3.5: Impurități într-un metal și perturba'riile pe care ele le produc.

Prezența impurităților în rețeaua cristalină determină modificarea distanțelor dintre particulele constitutive ale rețelei (figura 3.5). Astfel, în punctul în care se găsește impuritatea  $I_1$  (de diametru superior diametrului atomului de bază) banda permisă de conducție se lărgesc și nivelul lui  $w_F$  crește. Funcția de undă  $\psi$  asociată unui electron de conducție, sesizează creșterea energiei  $w_F$ , și în acest punct are loc o perturbare a undei rezultând o undă reflectată ( $\psi_i$ ) și o undă refractată ( $\psi_t$ ). Reflexiile reprezintă împrăștierea electronilor (ciocniri în sens clasic). Dacă există un nod în care se găsește o impuritate  $I_2$  (de diametru inferior diametrului particulei de bază), în acest punct banda de conducție se îngustează, energia Fermi  $w_F$  are de asemenea o variație (o scădere) și deci  $\psi$  suferă de asemenea o perturbare (o reflexie și o refracție), adică electronul suferă o nouă ciocnire.

**Concluzie:** Impuritățile determină o frânare a deplasării electronilor de conducție și, deci, o diminuare a conductivității metalelor oricare ar fi diametrul lor (mai mare sau mai mic decât al particulei de bază).

Se demonstrează că pentru componenta rezistivității datorată prezenței impurităților  $\rho_{imp}$  există expresia

$$\rho_{imp} = \frac{\pi m_o^* v_{Fi}^2 N_i}{q_0^2 N_0} \quad (3.34)$$

unde  $r_i$  este raza impurității  $i$ ,  $N_0$  este concentrația electronilor din banda de conducție și  $N_i$  este concentrația de impurități. Putem deci scrie că

$$\rho_{imp} \approx \text{const} \cdot N_i. \quad (3.35)$$

O categorie aparte de impurități o constituie impuritățile introduse intenționat în rețeaua cristalină a metalelor, având ca scop obținerea de *aliaje* cu rezistivitate și proprietăți mecanice superioare.

În cazul aliajelor binare (numai din două metale), metalele componente pot forma în timpul procesului de realizare a aliajelor, *soluții solide*, *compuși intermetalici* și *amestecuri eutectice*.

Soluțiile solide se obțin atunci când metalul de impuritate *B* este solubil în metalul de bază *A* (aliajul care rezultă va avea un singur tip de cristale) și ele pot fi cu rețea de substituție sau cu rețea interstițială. În cazul rețelelor de substituție, metalele componente au același sistem de cristalizare și volumele atomice apropiate (diferența dintre diametrele atomilor nu depășește 15 %). Metalele se aliază în orice proporție, în nodurile rețelei fiind atomi ai celor două elemente (figura 3.6). Printre aliajele de acest tip se remarcă Cu-Ni, Au-Ag, W-Mo, etc.

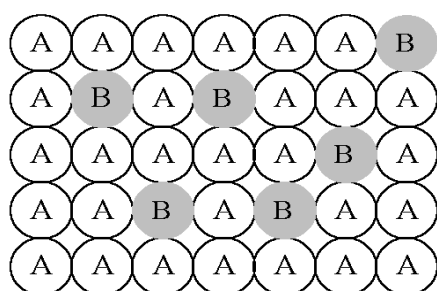


Figura 3.6: Soluție solidă cu rețea de substituție.

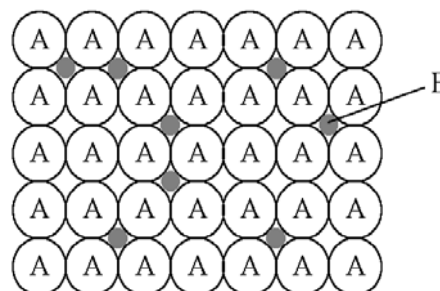


Figura 3.7: Soluție solidă cu rețea interstițială.

Dacă diferența între diametrele atomice ale metalelor care se aliază depășește 15 %, atunci se obțin soluții solide cu rețea interstițială (figura 3.7). În acest caz, metalele se aliază numai până la ocuparea interstițiilor rețelei cristaline *A* de către ionii *B* (solubilitatea este limitată). Acest tip de soluții formează metalele cu hidrogenul (H), carbonul (C), azotul (N), borul (B), oxigenul (O), etc.

Rezistivitatea soluțiilor solide variază cu conținutul elementelor de impuritate, prezentând un maxim atunci când cele două metale sunt în aceeași proporție (figura 3.8).

Dacă metalele se aliază numai într-o proporție bine determinată, se obțin substanțe chimice cu proprietăți distincte, numite compuși intermetalici. Acești compuși au conductivitatea electrică apropiată de cea a metalelor dar, din punct de vedere mecanic, ele prezintă caracteristicile cristalelor ionice: plasticitate redusă, duritate ridicată, temperatura de topire ridicată, etc. Câțiva compuși intermetalici sunt semiconductori (InSb, AlSb, etc.).

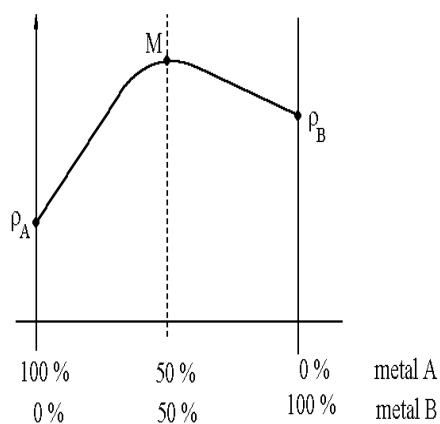


Figura 3.8: Variația rezistivității în cazul soluțiilor solide.

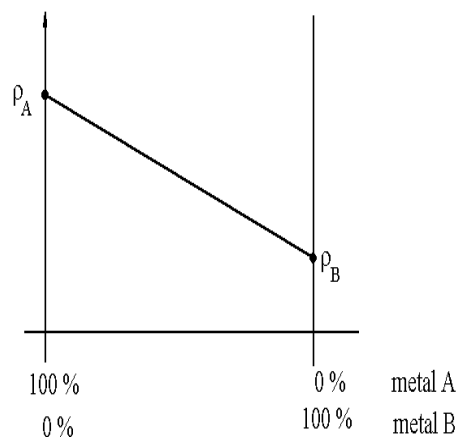


Figura 3.9: Variația rezistivității în cazul amestecurilor eutectice.

Amestecurile eutectice (mecanice) se obțin din metale insolubile unul în altul (Pb în Fe, W în Cu, Pb în Ag, etc) și ele prezintă o structură de natură eutectică: cristale mari ale unei componente sunt înecate într-un amestec de cristale de dimensiuni foarte mici aparținând celor două componente (numit eutectic). Cele două metale se amestecă mecanic, componentele păstrând caracteristici proprii. În consecință, rezistivitatea acestor aliaje are o variație liniară cu conținutul componentelor (figura 3.9).

Calitativ, influența diferitelor impurități asupra conductivității cuprului și aluminiului este prezentată în figurile 3.10 și 3.11.

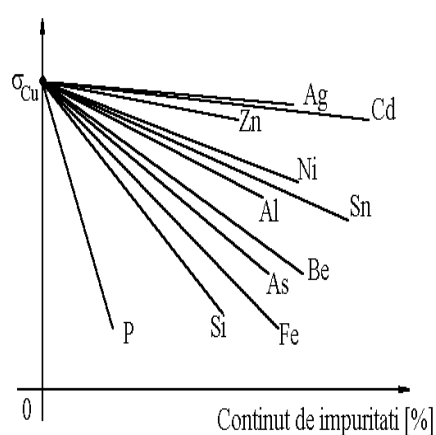


Figura 3.10: Influența impurităților asupra conductivității *Cu*.

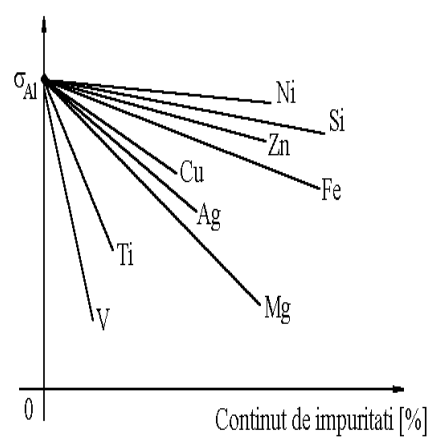


Figura 3.11: Influența impurităților asupra conductivității *Al*.

### 3.4.2 Dependența conductivității de starea de agregare

În momentul topirii metalului rețeaua sa cristalină se distruge (poate exista numai o ordine locală). Numărul de defecte crește considerabil și în consecință propagarea undelor asociate electronilor va suferi un mare număr de perturbări, ceea ce va determina scăderea conductivității  $\sigma$ . Totuși, există metale (Bi, Sb, Ga) pentru care se constată o creștere a conductivității pentru temperaturi mai mari decât temperatura de topire  $T_t$ , fenomen care nu este încă foarte bine explicat. În cazul acestor excepții se presupune că prin topire particulele se rearanjează astfel încât densitatea metalului crește. Rezultă că o undă acustică cu lungimea de undă  $\lambda_T$  conține mai mulți atomi pe o distanță  $\lambda_T$ , și astfel drumul liber mijlociu  $\tilde{l}$  crește și, în consecință, conductivitatea crește.

Tabelul 3.3: Variația rezistivității metalelor în funcție de schimbarea stării de agregare.

Metal	Ag	Cu	Al	Au	Bi	Sb	Ga
$\rho_{\text{lichid}}/\rho_{\text{solid}}$	2.1	2.04	2.21	2.29	0.45	0.62	0.58

Din tabelul 3.3 se observă că pentru principalele metale utilizate în electrotehnică, topirea metalului determină o creștere de aproximativ două ori a rezistivității în timp ce în cazul excepțiilor prezentate mai sus, rezistivitate scade tot de două ori.

### 3.4.3 Dependența conductivității de tratamentele termice și mecanice

În urma prelucrărilor mecanice (laminare, trefilare) are loc distrugerea unui mare număr de cristalite (figura 3.12), rezultând o *stare tare* (fibroasă). Proprietățile mecanice se îmbunătățesc, dar conductivitatea scade cu 3 până la 6%.

Dacă se efectuează un tratament termic de recristalizare (recoacere), cristalitele devin mai mari și mai rotunde (figura 3.13) și metalul trece astfel într-o *stare moale*, în care proprietățile mecanice se diminuează, dar conductivitatea crește cu 3 până la 6% (undele  $\psi$  asociate electronilor suferă mai puține reflexii din cauza numărului redus de suprafețe de separație dintre cristalite).

## 3.5 Supraconductibilitatea electrică

Supraconductibilitatea este definită ca fiind o proprietate aparținând anumitor materiale de a avea o rezistivitate electrică nulă atunci când temperatura materialului este mai



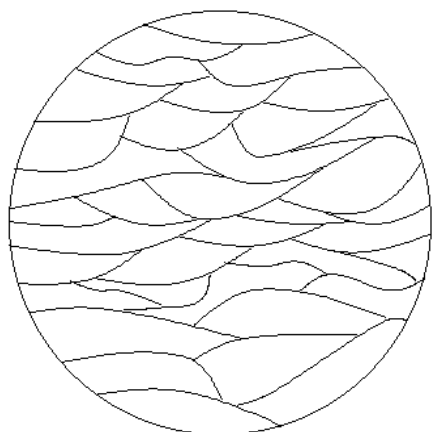


Figura 3.12: Stare tare.

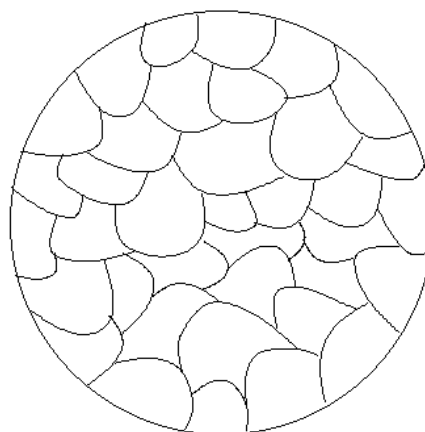


Figura 3.13: Stare moale.

mică decât o temperatură critică  $T_c$  și câmpul magnetic nu depășește o valoare critică  $H_c$ . Astfel de materiale sunt numite supraconductori, dacă se realizează stările cu  $\rho = 0$ .

K.Onnes a descoperit supraconductibilitatea în 1911, în timpul cercetărilor efectuate asupra lichefierii heliului. Astfel el a constatat că la  $T = 4,2$  K rezistivitatea mercurului se anulează. Mai târziu, în 1957, Bardeen, Cooper și Schrieffer au formulat o teorie (numită teoria BCS) care a explicat fenomenul de supraconductibilitate, această teorie aducând autorilor ei premiul Nobel în 1972.

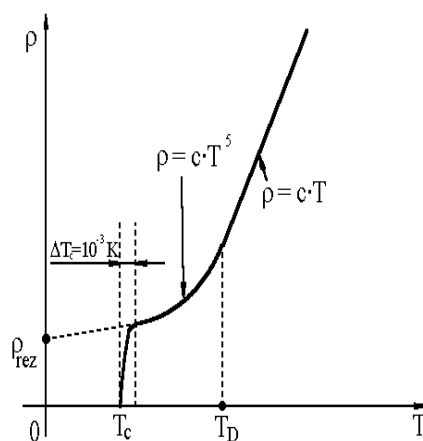


Figura 3.14: Variația rezistivității în funcție de temperatură.

Așa cum am văzut, la temperaturi uzuale rezistivitatea are o variație liniară cu temperatura, iar sub temperatura Debye  $T_D$  există relația  $\rho = \text{const} \cdot T^5$ . Această din urmă variație se menține până la o temperatură critică  $T_c$ , în vecinătatea căreia

rezistivitatea anumitor metale descrește brusc (într-un interval  $\Delta T \approx 10^{-3}$  K) până la zero (figura 3.14).

### ■ Observații:

1. Starea supraconductoare poate fi atinsă numai de metale pure. Dacă un metal conține impurități sau a fost supus la deformații mecanice, rezistivitatea nu se anulează pentru  $T < T_C$  ci ea tinde către rezistivitatea reziduală  $\rho_{rez}$  (vezi relația lui Mathiessen (3.33)).
2. Cele mai periculoase impurități sunt cele feromagnetice. Se pare că materialele feromagnetice nu pot deveni supraconductori.

■

### 3.5.1 Efecte asociate supraconductibilității

Principalele efecte asociate supraconductibilității sunt:

1. *Efectul câmpurilor intense*

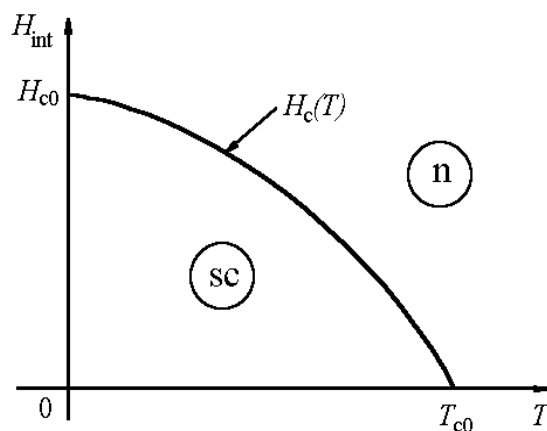


Figura 3.15: Variația  $H_c(T)$ .

Temperatura critică  $T_c$  și câmpul critic  $H_c$  sunt legate printr-o relație empirică de forma

$$H_c(T) = H_{c0} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_{c0}} \right)^2 \right]. \quad (3.36)$$

unde  $H_{c0}$  este valoarea maximă a câmpului magnetic critic (obținut când  $T = 0$  K) și  $T_{c0}$  este valoarea maximă a temperaturii critice (obținută când  $H = 0$ ).

Curba  $H_c(T)$  (figura 3.15) împarte cadranul  $H0T$  în două zone: zona  $sc$  în care corpul este supraconductor și zona  $n$  în care corpul este în stare normală (nu este supraconductor).

## 2. Efectul Meissner

Un supraconductor prezintă o proprietate numită efect Meissner care constă în faptul că liniile câmpului magnetic sunt expulzate din interiorul supraconductorului. De fapt, câmpul magnetic pătrunde în corp, dar pe o adâncime foarte mică numită *adâncime de pătrundere*.

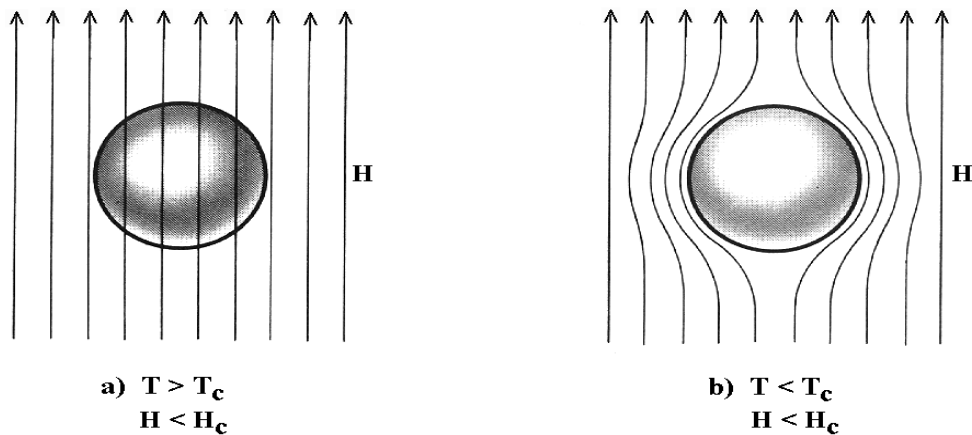


Figura 3.16: Expulzarea liniilor de câmp magnetic din interiorul unui supraconductor.

Figura 3.16-a prezintă un conductor normal într-un câmp magnetic aplicat din exterior. Metalul considerat nu este feromagnetic și în consecință câmpul îl traversează fără a fi perturbat. Se menține câmpul magnetic exterior și se răcește metalul până când acesta devine supraconductor (figura 3.16-b). În acest caz, liniile de câmp nu mai penetrează metalul, ci ele sunt expulzate din corp. Explicația acestui fapt este aceea legată de curenții Foucault care nu mai întâlnesc nici o rezistență într-un supraconductor, și ele compensează efectul câmpului exterior aducând inducția magnetică la zero.

## 3. Efectul frecvențelor înalte

Dacă frecvența câmpului exterior crește și depășește valoarea de  $10^{13} \div 10^{14}$  Hz, atunci supraconductorul care se găsește la  $T < T_c$  și  $H < H_c$  devine conductor normal, deci își pierde supraconductibilitatea.

## 4. Efectul izotopic

Experimental s-a constatat că  $T_c$  variază cu masa izotopică a unui metal. De exemplu, în cazul Hg, dacă masa atomică relativă  $M$  crește de la 199,5 la 203,4 atunci  $T_c$  scade de la 4,185 la 4,146 K. Pentru a exprima acest efect se utilizează

adesea relația empirică

$$M^\alpha T_c = \text{const}, \quad (3.37)$$

unde  $\alpha$  este o constantă care se determină experimental pentru fiecare material. Trebuie menționat că această relație nu este valabilă pentru toți supraconductorii dar că, în general temperatura critică  $T_c$  scade cu creșterea masei izotopice.

Această dependență se datorează interacțiunii dintre electronii și fononii rețelei (vibrațiile termice ale rețelei cristaline sunt strâns legate de masele particulelor care oscilează). Acest efect a constituit unul din elementele de bază pentru construirea teoriei BCS.

### 3.5.2 Teoria clasică a supraconductibilității. Ecuatiile London

În teoria clasică se consideră că electronii de conducție ai unui supraconductor sunt împărțiți în două fracțiuni: *electroni normali* ( $n$ ), care suferă ciocniri cu particulele rețelei pe parcursul deplasării lor prin cristal, ca într-un conductor normal și *electroni supraconductori* ( $sc$ ), care se deplasează în cristal fără a suferi ciocniri cu particulele rețelei (deci fără disipare de energie).

Una din principalele limite ale teoriei clasice este aceea că ea nu poate explica starea electronilor supraconductori. Aceasta este explicată de teoria BCS.

Ecuatiile lui Maxwell (3.38 ÷ 3.41) și expresiile ce decurg din ele nu sunt în contradicție cu supraconductibilitatea, dar ele sunt insuficiente pentru a o descrie. London este cel care a completat ecuațiile lui Maxwell cu două ecuații pentru a descrie conducția electronilor supraconductori. Ecuatiile lui Maxwell sunt următoarele:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (3.38)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.39)$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho_v, \quad (3.40)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0. \quad (3.41)$$

Pentru a obține ecuațiile lui London, se consideră că densitatea curentului de conducție  $\mathbf{J}$  și densitatea de volum a sarcinii electrice  $\rho_v$  au expresiile:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_n + \mathbf{J}_{sc}, \quad (3.42)$$

$$\rho_v = \rho_{vn} + \rho_{vsc}, \quad (3.43)$$

unde  $\mathbf{J}_n$  și  $\rho_{v_n}$  sunt mărimile "normale" în timp ce  $\mathbf{J}_{sc}$  și  $\rho_{v_{sc}}$  sunt cele datorate supraconductibilității. Se poate scrie

$$\mathbf{J}_n = -q_0 N_n \mathbf{v}_n, \quad (3.44)$$

$$\mathbf{J}_{sc} = -q_0 N_{sc} \mathbf{v}_{sc}, \quad (3.45)$$

unde  $N_n$  și  $N_{sc}$  sunt concentrațiile electronilor normali și, respectiv, supraconductori iar  $\mathbf{v}_n$  și  $\mathbf{v}_{sc}$  sunt vitezele acestor electroni.

Legea conservării sarcinii electrice se scrie pentru cele două componente

$$\operatorname{div} \mathbf{J}_n = -\frac{\partial \rho_{v_n}}{\partial t}, \quad (3.46)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{J}_{sc} = -\frac{\partial \rho_{v_{sc}}}{\partial t}. \quad (3.47)$$

Legea conducției electrice poate fi scrisă numai pentru electronii normali:

$$\mathbf{J}_n = \sigma \mathbf{E}. \quad (3.48)$$

Presupunem că această lege este valabilă și pentru electronii supraconductori. Densitatea de curent este finită, deoarece purtătorii de sarcină sunt în număr finit și viteza lor este de asemenea finită. Dimpotrivă, conductivitatea este infinită, ceea ce implică  $E = 0$ . Nu se poate concluziona nimic dintr-o astfel de relație al cărei membru drept este de forma  $0 \cdot \infty$ . Astfel, pentru electronii supraconductori, London a găsit o altă relație (decât legea conducției electrice) între  $\mathbf{J}_{sc}$  și  $\mathbf{E}$ . Pentru a o obține, presupunem că într-un semiconductor se stabilește un câmp electric de intensitate  $\mathbf{E}$  care exercită asupra fiecărui electron forța

$$\mathbf{F} = -q_0 \mathbf{E}. \quad (3.49)$$

Accelerația imprimată electronului supraconductor este

$$\mathbf{a} = \frac{\partial \mathbf{v}_{sc}}{\partial t}. \quad (3.50)$$

Ecuția lui Newton devine în acest caz

$$m_0 \frac{\partial \mathbf{v}_{sc}}{\partial t} = -q_0 \mathbf{E}. \quad (3.51)$$

Derivând  $\mathbf{J}_{sc}$  în raport cu timpul în relația (3.45) rezultă

$$\frac{\partial \mathbf{J}_{sc}}{\partial t} = -\frac{1}{q_0 N_{sc}} \frac{\partial \mathbf{J}_{sc}}{\partial t}. \quad (3.52)$$

Apoi, cu (3.51) și (3.52) se obține

$$\mathbf{E} = \frac{m_0}{q_0^2 N_{sc}} \frac{\partial \mathbf{J}_{sc}}{\partial t}. \quad (3.53)$$

Dacă se notează cu  $\Lambda$  expresia constantă din fața derivatei

$$\Lambda = \frac{m_0}{q_0^2 N_{sc}}, \quad (3.54)$$

rezultă că

$$\mathbf{E} = \Lambda \frac{\partial \mathbf{J}_{sc}}{\partial t} \quad \text{sau} \quad \mathbf{E} = \frac{\partial}{\partial t} (\Lambda \mathbf{J}_{sc}), \quad (3.55)$$

aceasta reprezentând prima ecuație a lui London. Cu ajutorul acestei ecuații se poate explica efectul frecvențelor înalte.

Din relația (3.55) rezultă că

$$\text{rot } \mathbf{E} = \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } (\Lambda \mathbf{J}_{sc}). \quad (3.56)$$

Considerând de asemenea relația (3.39) se obține

$$\mathbf{B} = -\text{rot } (\Lambda \mathbf{J}_{sc}) + \mathbf{C}, \quad (3.57)$$

în care constanta  $\mathbf{C} = \mathbf{0}$  deoarece în caz contrar în corp ar exista un câmp magnetic care nu ar putea fi niciodată anulat. Astfel, rezultă ecuația

$$\mathbf{B} = -\text{rot } (\Lambda \mathbf{J}_{sc}), \quad (3.58)$$

care reprezintă a doua ecuație a lui London, cu ajutorul căreia se poate explica efectul Meissner.

### 3.5.3 Teoria BCS

Teoria BCS (a lui Bardeen, Cooper și Schrieffer) a demonstrat existența simultană a electronilor normali și a electronilor supraconductor și a furnizat o descriere cuantică a comportamentului acestora din urmă. Teoria BCS explică scăderea rezistivității până la anularea ei atunci când temperatura scade sub  $T_c$ , prin interacțiunea electronilor cu vibrațiile termice ale rețelei cristaline, sau, mai precis, prin reducerea interacțiunilor repulsive între electroni la temperaturi foarte joase. În acest paragraf ne vom limita la prezentarea elementelor esențiale ale acestei teorii.

Presupunem că un electron de conducție  $e_1$  se găsește într-un corp conductor a cărui temperatură este apropiată de temperatura ambiantă. Ciocnirile electronului cu rețeaua determină o micșorare a energiei electronului și modifică energia rețelei în momentul fiecărei ciocniri, dar din cauza agitației termice intense prezente la această temperatură, această modificare de energie este neglijabilă. Apoi, se consideră că temperatura scade până la valoarea  $T_c$ . Atunci când temperatura cristalului este foarte joasă, energia de agitație termică este foarte scăzută și, în momentul ciocnirii unui electron cu rețeaua,

electronul produce prin intermediul energiei transferate rețelei, o deformare locală a rețelei și în consecință, o groapă de potențial. Un alt electron  $e_2$ , situat la o distanță oarecare de  $e_1$  cade în groapa de potențial. Deci, putem spune că între electronii  $e_1$  și  $e_2$  a apărut o forță de atracție, sau că forța de respingere dintre  $e_1$  și  $e_2$  a scăzut. Perechea  $e_1 - e_2$  de electroni cuplați se numește *perechea lui Cooper* sau *cooperon*. Din cauza ciocnirii cu rețeaua, energia electronului  $e_1$  scade. Atunci când  $e_2$  cade în groapa de potențial energia scade de asemenea. Rezultă că energia ansamblului  $e_1 - e_2$  scade în raport cu energia avută de cei doi electroni înainte de ciocnire, conferindu-i o mai mare stabilitate. Electronii cooperonilor sunt electroni supraconductori, introduși în mod intuitiv de teoria clasică. Energia electronilor supraconductori este, deci, mai mică decât energia electronilor normali.

Cei doi electroni care formează cooperonul sunt legați între ei prin forțe extrem de slabe. Se numește *lungime de coerență*  $\xi$  distanța pe care se exercită forța de atracție care leagă cei doi electroni ai perechii. Valoarea lui  $\xi$  este surprinzător de mare (de ordinul  $10^{-7}$  până la  $10^{-8}$  m), ceea ce corespunde aproximativ unei sutimi din distanțele interatomice. Cei doi electroni au vectorii de undă  $\mathbf{K}$  și  $-\mathbf{K}$  și, deci, deplasările lor sunt egale și opuse. Cei doi electroni ai cooperonului au de asemenea spinii (numerele cuantice de spin) opuși, și deci, spinul rezultat al perechii este nul ( $m_s = +\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$ ). Astfel, cooperonul este un boson (deoarece el are spinul întreg), adică el "ascultă" de statistica Bose - Einstein (și nu de statistica Fermi-Dirac ca electronii normali). Principiul lui Pauli nu se aplică bosonilor și, deci, rezultă că putem găsi oricâte perechi de electroni (supraconductori) pe același nivel de energie.

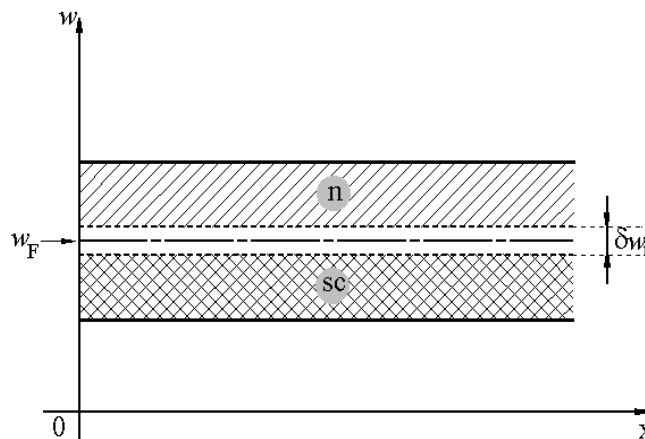


Figura 3.17: Electroni normali ( $n$ ) și supraconductori ( $sc$ ) în banda de conducție a unui supraconductor.

Deoarece energia electronilor supraconductori este mai mică decât energia electronilor normali rezultă că în interiorul benzii de conducție apare o bandă interzisă foarte

îngustă de lăţime  $\delta w_i \approx 4kT_c \approx 10^{-3} - 10^{-4}$  eV (figura 3.17). Astfel, în regiunea  $n$  există electroni normali, şi în regiunea  $sc$  (sub  $\delta w_i$ ) se găsesc electroni supraconductori cuplaţi în perechi Cooper. Dacă temperatura creşte, legăturile slabe între electronii cooperonului se distrug, energia electronilor creşte şi, în consecinţă ei "sar" dincolo de  $\delta w_i$  în zona electronilor normali  $n$ .

Fie  $w_0$  un nivel oarecare din zona  $sc$  şi fie  $P_0$  probabilitatea unui cooperon (deci a unui boson) de a ocupa nivelul  $w_0$ . Presupunem că la un moment dat  $n$  cooperoni se găsesc deja pe nivelul  $w_0$ . Din statistica Bose-Einstein rezultă că probabilitatea ca un al  $(n + 1)$ -lea cooperon să ocupe nivelul  $w_0$  este  $P_n = (n + 1)P_0$ . Deci, cu cât numărul de cooperoni care ocupă nivelul creşte, cu atât creşte probabilitatea ca un nou cooperon să ajungă în această stare. Fie  $\bar{P}_n = 1 - P_n$  probabilitatea ca un cooperon să părăsească nivelul de energie considerat. Deoarece  $P_n$  este foarte mare, rezultă că  $\bar{P}_n$  este foarte mic şi că el devine din ce în ce mai mic atunci când numărul de cooperoni situaţi pe nivel creşte. În consecinţă, cooperonii nu pot suferi ciocniri cu reţeaua pentru că în cazul unei ciocniri ei ar trebui să-şi modifice starea, trecând pe un alt nivel de energie, dar cum  $\bar{P}_n \approx 0$  acest lucru este practic imposibil.

În concluzie, electronii supraconductori (cuplaţi în cooperoni) circulă în metalul supraconductor fără a fi perturbaţi şi, deci rezistivitatea unui supraconductor este nulă.





# Capitolul 4

## Conducția electrică a semiconductorilor

Se numesc semiconductorii materialele care au o conductivitate electrică  $\sigma$  în domeniul  $10^{-6} \div 10^5$  S/m, reprezentând din acest punct de vedere, o categorie intermediară între conductori ( $\sigma > 10^5$  S/m) și izolatori ( $\sigma < 10^{-6}$  S/m). Benzile de energie permise ale semiconductorilor sunt fie complet ocupate, fie complet goale (neocupate). La  $T = 0$  K, ultima bandă permisă situată sub *banda Fermi* (banda interzisă ce conține nivelul  $w_F$ ), numită bandă de valență, este complet ocupată, în timp ce prima bandă permisă deasupra benzii Fermi, numită bandă de conducție, este goală (fără electroni). Atunci când nu este posibilă o confuzie, banda Fermi este numită simplu *bandă interzisă*.

Semiconductorii sunt intrinseci sau extrinseci. Semiconductorii extrinseci pot fi de tip  $n$  sau de tip  $p$ . În paragrafele următoare se prezintă mecanismele de conducție în fiecare tip de semiconductor.

### 4.1 Conducția intrinsecă a semiconductorilor

În prezent, în practică sunt utilizați numai semiconductorii extrinseci. Cu toate acestea, prezentăm în continuare conducția intrinsecă, datorită importanței sale teoretice și pentru că ea este prezentă, peste o anumită temperatură, și în semiconductorii extrinseci.

Un semiconductor intrinsec este un semiconductor pur, fără impurități (nedopat). Purtătorii de sarcină sunt obținuți exclusiv ca urmare a tranzițiilor electronilor din banda de valență ( $bv$ ) în banda de conducție ( $bc$ ) datorită (în principal) energiei de agitație termică.

Analizăm conducția intrinsecă pentru un cristal de siliciu. Siliciul fiind tetravalent,

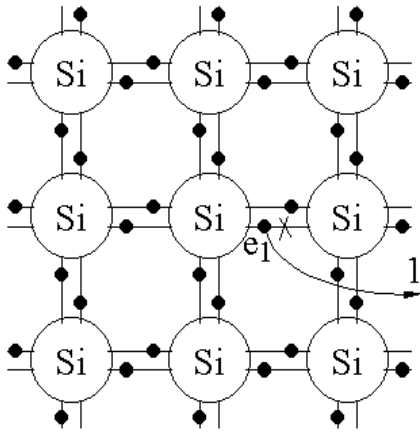


Figura 4.1: O parte dintr-un cristal de Si pur.

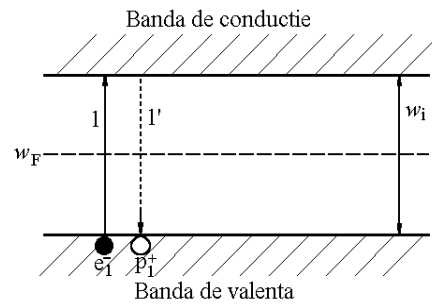


Figura 4.2: Tranziția electronilor (și golurilor) într-un semiconductor intrinsec.

fiecare din cei patru electroni de valență se cuplează cu un electron de valență al atomilor vecini și formează o legătură covalentă (figura 4.1). La un moment dat, este posibil ca o legătură de valență să fie ruptă (datorită unei radiații cosmice sau chiar datorită energiei de agitație termică). Astfel un electron  $e_1$  al legăturii rupte este eliberat, devenind electron cuasiliber. Din punct de vedere energetic electronul  $e_1$  efectuează o tranziție din banda de valență în banda de conducție (săgeata 1 în figura 4.2), lăsând un nivel vacant în banda de valență. Deoarece banda de conducție are un număr foarte mare de niveluri, electronii care efectuează tranziția 1 nu pot ocupa toate nivelurile benzii de conducție. Rezultă că banda de conducție are niveluri parțial ocupate. Electronii situați pe aceste niveluri sunt electronii de conducție. Nivelurile superioare benzii de valență rămân de asemenea parțial ocupate, din cauza tranzițiilor 1, și atunci electronii situați pe aceste niveluri participă, de asemenea, la conducția electrică din semiconductor (deoarece nivelurile vacante pot fi ocupate de alți electroni din banda de valență, deplasându-se astfel nivelurile vacante).

Locul liber rămas în banda de valență prin plecarea unui electron (de sarcină  $q_n$ ) în banda de conducție este echivalent, din punct de vedere al conducției, cu o particulă fictivă (notată  $p_1^+$  în figura 4.2) încărcată cu o sarcină pozitivă  $q_p = -q_n$ , care se numește *gol*. Din punct de vedere energetic, se poate spune că o tranziție a unui electron din banda de valență în banda de conducție corespunde unei tranziții fictive a unui gol din banda de conducție în banda de valență. O dată definită, unui gol  $i$  se atribuie o masă efectivă proprie  $m_p^*$  (diferită de masa efectivă a electronului  $m_n^*$ ) și o durată de relaxare  $\tau_p$  (diferită de durată de relaxare a electronului  $\tau_n$ ). Masa efectivă a golului este egală cu valoarea absolută a masei efective a unei stări vacante corespunzătoare.

Rezumând, absența unui electron de pe un nivel superior al benzii de valență este

echivalentă, din punct de vedere al conducției, prezenței unui gol mobil purtând o sarcină pozitivă  $q_p$ . Acest model ne permite să ne imaginăm, într-o manieră simplă dar valabilă, condiția asigurată de electronii din banda de valență (care este aproape complet ocupată). Astfel, golurile din banda de valență, precum și electronii din banda de conducție, se pot deplasa în semiconductor sub acțiunea unui câmp electric, asigurând astfel conducția intrinsecă în semiconductor.

**Concluzie:** Conducția intrinsecă este dată de electronii din banda de conducție și de golurile din banda de valență. Atât electronii benzii de conducție cât și cei ai benzii de valență dau o *conducție în benzi de energie* și, deci, pentru a calcula conductivitatea se poate utiliza relația (3.22), dedusă în cazul metalelor, dar care este caracteristică conducției în benzi de energie, oricare ar fi tipul materialului (conductor, semiconductor sau izolator).

Astfel, pentru a calcula conductivitatea intrinsecă  $\sigma_i$ , se poate scrie:

$$\sigma_i = \sigma_{in} + \sigma_{ip}, \quad (4.1)$$

$$\sigma_{in} = N_n q_n \mathcal{M}_n = \frac{N_n q_n^2 \tau_n}{m_n^*}, \quad (4.2)$$

$$\sigma_{ip} = N_p q_p \mathcal{M}_p = \frac{N_p q_p^2 \tau_p}{m_p^*}, \quad (4.3)$$

unde  $\sigma_{in}$  este conductivitatea datorată electronilor din banda de conducție,  $\sigma_{ip}$  este conductivitatea datorată golurilor din banda de valență,  $N_n$ ,  $\mathcal{M}_n$  sunt concentrația și, respectiv, mobilitatea electronilor,  $N_p$ ,  $\mathcal{M}_p$  sunt la concentrația și, respectiv, mobilitatea golurilor.

Prin natura sa, într-un semiconductor intrinsec numărul de electroni de conducție este egal cu numărul de goluri. Se poate scrie  $N_n = N_p = N_i$  și, astfel, relația (4.1) devine

$$\sigma_i = N_i q_0^2 \left( \frac{\tau_n}{m_n^*} + \frac{\tau_p}{m_p^*} \right). \quad (4.4)$$

Dependența conductivității intrinseci de temperatură este dată de relația

$$\sigma_i = c_i \exp\left(-\frac{w_i}{2kT}\right), \quad (4.5)$$

unde factorul  $c_i$  variază cu temperatura mult mai lent decât o exponențială și, în consecință, poate fi considerat constant.

■ **Observații:**

1. Conducția intrinsecă este prezentă la toți semiconductorii (intrinseci și extrinseci) dar ea devine neneglijabilă numai peste o temperatură  $T_i$  la care tranzițiile electronilor din banda de valență în banda de conducție devin destul de numeroase.
2. Conductivitatea intrinsecă crește exponențial cu temperatura  $T$  (după o lege exponențială) și scade sensibil cu lățimea benzii interzise  $w_i$ .



Deoarece energia medie de agitație termică a unui electron  $w_{th}$  la  $T = 300$  K este de circa 0,025 eV, se observă că pentru toți semiconductorii din tabelul 4.1  $w_i > w_{th}$ , și numărul de tranziții a electronilor din banda de valență în banda de conducție este foarte redus și, în consecință, conductivitatea intrinsecă este neglijabilă la temperatura ambiantă pentru majoritatea semiconducturilor. Soluția practică de creștere a conductivității unui semiconductor intrinsec este dopajul, adică realizarea de semiconductori extrinseci.

Tabelul 4.1: Lățimea benzii interzise Fermi pentru câțiva semiconductori uzuali.

Semiconductori	Ge	Si	Sn (gris)	InSb	GaAs	PbSe	SiC
$w_i$ [eV] la $T = 300$ K	0,67	1,14	0,08	0,18	1,43	0,30	3

## 4.2 Conducția extrinsecă a semiconducturilor

### 4.2.1 Semiconductori de tip $n$

Semiconductorii extrinseci de tip  $n$  se obțin prin dopare cu atomi care au numărul de electroni de valență mai mare decât numărul de electroni de valență ai atomului de bază.

Tabelul 4.2: Valori ale lui  $w_n$  determinate de P, As, și Sb pentru Ge și Si.

Semiconductor de bază	$w_n$ [ev]		
	P	As	Sb
Ge	0,012	0,0127	0,0096
Si	0,044	0,049	0,039

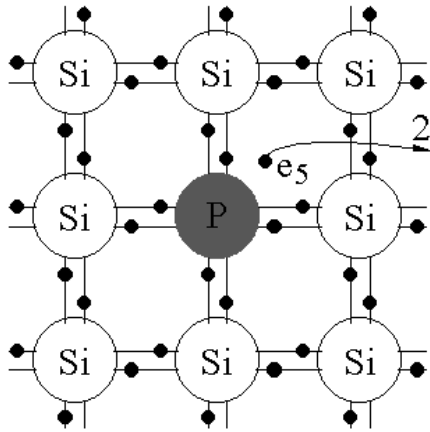


Figura 4.3: O parte a unui cristal de Si dopat cu P.

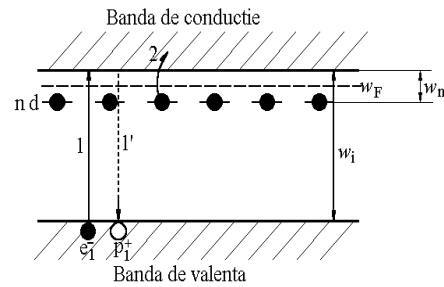


Figura 4.4: Tranziții ale electronilor (și golurilor) într-un semiconductor extrinsec de tip  $n$ .

Presupunem că într-un cristal de Si (tetravalent) se introduce ca dopant o impuritate pentavalentă (de exemplu, fosforul P) care are deci cinci electroni de valență (figura 4.3). Patru electroni de valență ai fosforului se cuplează cu patru electroni ai atomilor vecini de siliciu, realizând legături covalente. Al cincilea electron de valență, care nu poate forma legături cu atomii de siliciu se situează pe un nivel de energie mai ridicată decât ceilalți patru, și în consecință, el poate părăsi cu ușurință (datorită agitației termice) atomul de fosfor, devenind astfel electron cuasiliber. Atomul de fosfor devine astfel ion pozitiv. Din punct de vedere energetic dopajul siliciului cu atomi pentavalenți conduce la apariția, în banda interzisă Fermi, a nivelurilor adiționale numite *niveluri donoare* ( $nd$ ) situate într-o bandă foarte îngustă plasată chiar dedesubtul benzii de conducție, la o distanță  $w_n \approx 10^{-2}$  eV (figura 4.4). Fiecare nivel de donator reprezintă nivelul de energie pe care se află al cincilea electron al donorului care nu participă la realizarea de legături covalente cu atomii de bază vecini. Pierderea celui de al cincilea electron de către atomul de fosfor este echivalentă, din punct de vedere energetic, cu o tranziție a unui electron situat pe un nivel donator în banda de conducție. Aceste tranziții se realizează cu ușurință la  $T = 300$  K deoarece energia medie de agitație termică a unui electron  $w_{th}$  este la această temperatură de același ordin de mărime cu  $w_n$ .

Atomii de P, As, Sb sunt utilizați în mod curent pentru realizarea de semiconductori de tip  $n$ .

Electronii benzii de conducție care provin de pe nivelurile donoare asigură, de asemenea, o conducție în benzi de energie și, deci, conductivitatea extrinsecă, datorată acestor purtători  $\sigma_{en}$  poate fi calculată cu relația (3.22) caracteristică conducției în benzi, care

devine în acest caz

$$\sigma_{en} = \frac{N_{en} q_n^2 \tau_n}{m_n^*}, \quad (4.6)$$

unde  $N_{en}$  este concentrația electronilor din banda de conducție provenind de pe nivelurile donoare. Se demonstrează că conductivitatea  $\sigma_{en}$  datorată exclusiv electronilor care au făcut o tranziție de pe nivelul donor pe banda de conducție depinde de temperatura  $T$  conform relației

$$\sigma_{en} = c_{en} e^{-\frac{w_n}{2kT}}, \quad (4.7)$$

unde  $c_{en}$  este o constantă și  $k$  este constanta lui Boltzmann. Această relație este valabilă până la temperatura  $T_s$ , la care toți electronii situați pe nivelurile donoare au efectuat tranziții în banda de conducție. Dacă temperatura depășește valoarea  $T_i$  (care este mult mai mare decât  $T_s$ ), atunci vor avea loc numeroase tranziții intrinseci 1, ale electronilor din banda de valență în banda de conducție, și conductivitatea intrinsecă  $\sigma_i$  nu va mai putea fi neglijată.

Expresia generală a conductivității pentru un semiconductor de tip  $n$  este

$$\sigma_n = \sigma_i + \sigma_{en} = c_i e^{-\frac{w_i}{2kT}} + c_{en} e^{-\frac{w_n}{2kT}}. \quad (4.8)$$

## 4.2.2 Semiconductori de tip $p$

Semiconductorii extrinseci de tip  $p$  se obțin prin dopaj, atunci când numărul de electroni de valență ai dopantului este mai mic decât numărul de electroni de valență ai atomului de bază. De exemplu, siliciul sau germaniul, care sunt tetravalente, pot fi dopate cu bor (B), aluminiu (Al), galiu (Ga) sau indiu (In), care sunt trivalente.

Tabelul 4.3: Valori ale lui  $w_p$  determinate de B, Al, Ga și In pentru Ge și Si.

Semiconductor de bază	$w_p$ [ev]			
	B	Al	Ga	In
Ge	0,0104	0,0102	0,0108	0,0112
Si	0,045	0,057	0,065	0,16

Să presupunem că într-un cristal de siliciu a fost introdus un atom de impuritate de bor. Această impuritate se plasează (de asemenea) într-o poziție de substituție, dar îi lipsește un electron pentru a realiza legături covalente cu toți cei patru atomi de siliciu vecini (figura 4.5). În consecință există o legătură nesatisfăcută, ceea ce este echivalent din punct de vedere energetic cu apariția unui nivel adițional. Nivelurile adiționale astfel

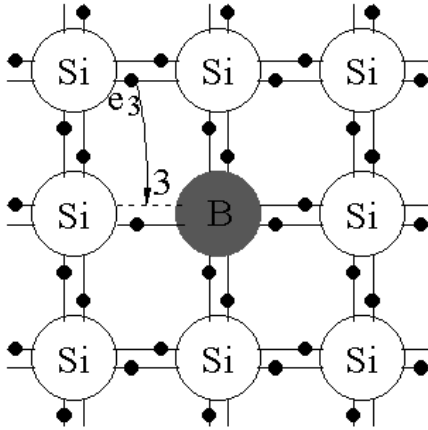


Figura 4.5: Parte a unui cristal de Si dopat cu B.

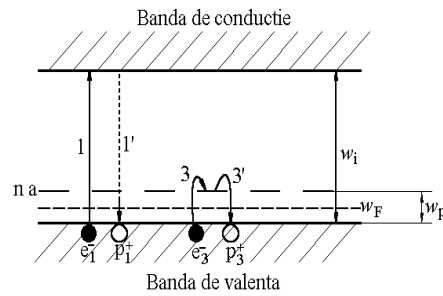


Figura 4.6: Tranziții ale electronilor (și golurilor) într-un semiconductor extrinsec de tip  $p$ .

apărute se numesc *niveluri acceptoare* ( $na$ ) și ele sunt plasate în banda interzisă, chiar deasupra nivelului superior al benzii de valență, la o distanță  $w_p \approx 10^{-2}$  eV.

Cum energia medie de agitație termică a unui electron  $w_t$  este la  $T = 300\text{K}$  de același ordin de mărime cu  $w_p$  (tabelul 4.3), rezultă că la temperatura ambiantă un electron din banda de valență poate "sări" cu ușurință pe nivelurile acceptoare (săgeata 3 în figura 4.6), ceea ce corespunde ruperii unei legături de valență vecine (existente între doi atomi de siliciu) prin intermediul unui electron care tocmai a realizat o legătură nesatisfăcută între atomul de bor și un atom de siliciu. Astfel atomul de B devine ion negativ. Electronul sosește pe un nivel acceptor și rămâne fixat pe acest nivel, dar din cauza tranziției sale din banda de valență pe nivelul acceptor, în banda de valență apare un gol (săgeata 3) care poate participa la conducția electrică. Astfel, în acest caz golurile formate în banda de valență ca urmare a tranzițiilor electronilor din banda de valență pe aceste niveluri acceptoare sunt purtători de sarcină care determină conducția extrinsecă de tip  $p$ . Aceste goluri dau de asemenea o conducție în benzi de energie și, deci, conductivitatea extrinsecă de tip  $p$  ( $\sigma_{ep}$ ) poate de asemenea fi calculată cu relația (3.22), care în acest caz se scrie

$$\sigma_{ep} = \frac{N_{ep} q_p^2 \tau_p}{m_p^*}, \quad (4.9)$$

unde  $N_{ep}$  este concentrația de goluri din banda de valență formate ca urmare a tranzițiilor electronilor din banda de valență pe nivelurile acceptoare.

Se demonstrează că dependența conductivității  $\sigma_{ep}$  de temperatura  $T$  se exprimă prin relația

$$\sigma_{ep} = c_{ep} e^{-\frac{w_p}{2kT}}, \quad (4.10)$$



unde  $c_{ep}$  este o constantă și  $k$  este constanta lui Boltzmann. Această relație este valabilă până la temperatura  $T_s$ , la care toate nivelurile acceptoare au fost ocupate de electroni provenind din banda de valență. Dacă temperatura depășește valoarea  $T_i$  (care este mult mai mare decât  $T_s$ ), atunci există de asemenea un număr important de tranziții intrinseci 1 și 1', a electronilor din banda de valență în banda de conducție, și conductivitatea intrinsecă  $\sigma_i$  nu mai poate fi neglijată.

Expresia generală a conductivității pentru un semiconductor de tip  $p$  este

$$\sigma_p = \sigma_i + \sigma_{ep} = c_i e^{-\frac{w_i}{2kT}} + c_{ep} e^{-\frac{w_p}{2kT}}. \quad (4.11)$$

### 4.3 Dependența conductivității semiconductorilor de temperatură

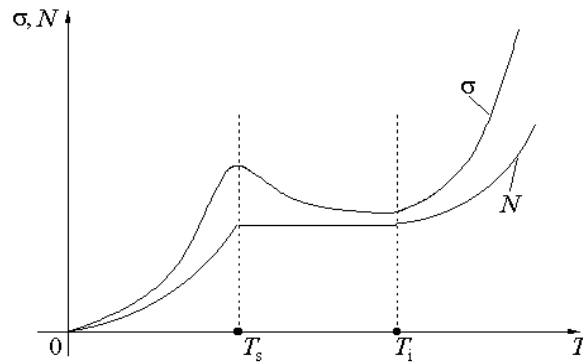


Figura 4.7: Variația conductivității cu temperatura pentru semiconductorii.

În figura 4.7 se prezintă curba de variație a conductivității unui semiconductor extrinsec în funcție de temperatură. În această figură,  $T_s$  este temperatura la care toate nivelurile adiționale sunt ionizate și  $T_i$  este temperatura la care numărul de tranziții a electronilor din banda de valență în banda de conducție nu mai poate fi neglijat. Pentru  $T < T_s$ , conducția extrinsecă ( $n$  sau  $p$ ) corespunzătoare elementelor de dopaj este preponderentă și, deci, conductivitatea crește după o exponențială (vezi relațiile (4.7) sau (4.10)). În intervalul  $(T_s, T_i)$  toate nivelurile adiționale sunt ionizate și conducția intrinsecă este încă neglijabilă în raport cu cea extrinsecă. În acest interval, conductivitatea scade hiperbolic cu  $T$ , ca în cazul metalelor (vezi paragraful 3.3), deoarece numărul de ciocniri între purtătorii de sarcină (în număr constant) și rețeaua crește cu temperatura, din cauza intensificării agitației termice. Pentru  $T > T_i$ , conducția intrinsecă devine importantă și conductivitatea are o creștere exponențială (vezi relația (4.5)).

# Capitolul 5

## Conducția electrică a izolatorilor solizi

### 5.1 Noțiuni generale

Prin definiție, un izolator este un material care se opune trecerii curentului electric și, deci prin care nu circulă un curent de conducție. În realitate, rezistivitatea izolatorilor nu este infinită, ci ea are o valoare cuprinsă, în general, între  $10^7$  și  $10^{17}$   $\Omega\text{m}$ .

Din punct de vedere al structurii benzilor de energie, izolatorii au (ca și semiconductorii) benzi permise fie total ocupate de electroni, fie complet goale, (fără electroni). În cazul izolatorilor banda interzisă (Fermi) este foarte largă  $w_i \approx 5eV$ .

#### 5.1.1 Curent de absorbție

Atunci când se introduce un izolator între doi electrozi și se aplică brusc o tensiune electrică continuă se constată că apare un curent electric care, la început, crește brusc la o valoare foarte mare, și care apoi descrește asimptotic în timp către o valoare constantă. Componenta curentului care descrește (asimptotic) în timp și care se suprapune peste curentul de conducție (constant în timp) se numește curent de absorbție (figura 5.1).

Explicația acestei evoluții a curentului este aceea că, după aplicarea tensiunii, curentul care apare are patru componente:

1. O componentă corespunzătoare încărcării cu sarcină electrică a armăturilor condensatorului. De fapt are loc separarea sarcinilor electrice în vecinătatea armăturilor. Această componentă durează un timp  $\tau_1 = RC$  unde  $R$  este rezistența electrică a

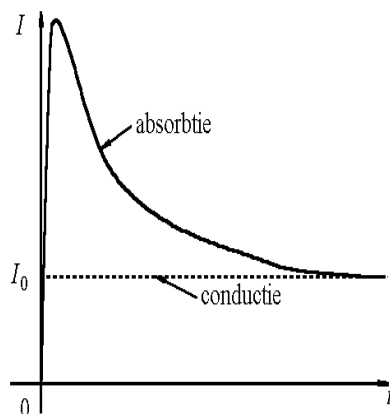


Figura 5.1: Curent de absorbție și de conducție într-un izolator

izolatorului și  $C$  este capacitatea condensatorului care are drept dielectric izolatorul studiat.

2. O componentă corespunzătoare polarizării (de diferite tipuri) izolatorului. Această componentă scade în timp după o lege  $t_2^{-n}$ , unde  $n > 1$ .
3. O componentă corespunzătoare unui curent de conducție care corespunde formării aglomerărilor de sarcină spațială. Acest curent scade în timp până la anulare.
4. O componentă corespunzătoare unui curent de conducție invariabil în timp.

■ **Observație:** Prima și a doua componentă durează foarte puțin (câteva sutimi de secundă), în timp ce a treia componentă durează mai mult (minute sau ore). ■

**Concluzie:** Deoarece, atunci când se aplică o tensiune continuă, valoarea inițială a rezistivității este relativ mică, trebuie ca rezistivitatea  $\rho$  să fie determinată după un anumit timp de la aplicarea tensiunii, după care curentul care circulă prin corp este numai un curent de conducție.

### 5.1.2 Mecanisme de conducție

În izolatori se disting două tipuri de conducție: conducție electronică (realizată de electroni) și conducție ionică (realizată de ioni).

Dacă cristalul izolant conține impurități care formează în banda interzisă Fermi niveluri adiționale de tip donator sau de tip acceptor, atunci are loc o conducție asigurată de electroni sau de goluri, ca în cazul semiconductorilor extrinseci. Într-un bun izolator, concentrația de impurități este extrem de mică și, deci, conducția electrică corespunzătoare este practic neglijabilă. Pe de altă parte, o conducție de tip intrinsec este

practic inexistentă într-un izolator în condiții uzuale de temperatură și de câmp electric, deoarece, din cauza lărgimii foarte mari a benzii interzise, un număr foarte mic de electroni efectuează tranziții din banda de valență în banda de conducție și, deci, curentul electric datorat convenției lor este foarte slab. Ca urmare, într-un izolator suficient de pur, concentrația de electroni (sau de goluri) de conducție este foarte mică și ea este independentă de câmpul electric pentru  $E < 10^6$  V/m (domeniul Ohm). Astfel, în acest domeniu conductivitatea  $\sigma_{\text{electron}}$  este, de asemenea, practic independentă de  $E$  (figura 5.2). În câmpuri electrice intense, când  $E > 10^6$  V/m, concentrația de purtători de sarcină crește mult și conductivitatea  $\sigma_{\text{electron}}$  crește exponențial cu intensitatea câmpului electric (domeniul Poole).

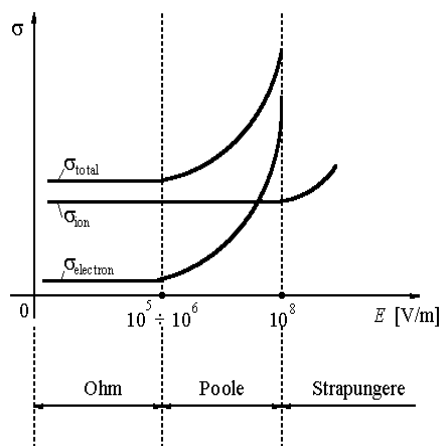


Figura 5.2: Variația conductivității izolatoarelor cu intensitatea câmpului electric.

În câmpuri uzuale conducția ionică se realizează prin convecția ionilor proprii (dacă izolatorul este un cristal ionic) sau prin ionii de impuritate. Conductivitatea ionică nu depinde de intensitatea câmpului electric nici în domeniul Ohm, nici în domeniul Poole.

## 5.2 Conducția ionică

Pentru a deduce expresia conductivității ionice, se consideră, într-o primă etapă, un corp cristalin ionic, în care conducția este asigurată prin convecția unui singur tip de ioni interstițiali, provenind din noduri, urmare a formării de defecte Frenkel. Pentru acest calcul se consideră de asemenea numai ionii pozitivi. Rezultatul obținut va fi cu ușurință generalizat pentru alte tipuri de ioni sau pentru corpuri amorfe.

Se analizează mai întâi deplasarea unui ion prin cristal (de exemplu ionul  $F$  din figura 5.3).

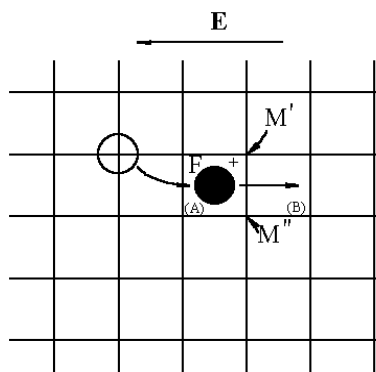


Figura 5.3: Cristal ionic cu un defect Frenkel.

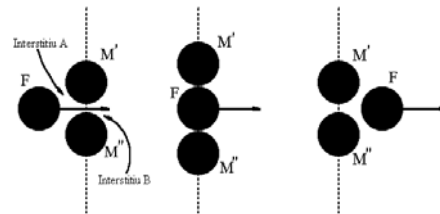


Figura 5.4: Trecerea ionului F din interstițiul A în interstițiul B.

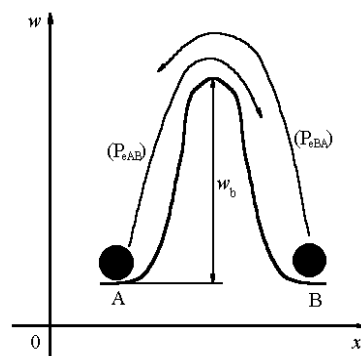


Figura 5.5: Bariera de energie pentru tranziția ionului F din interstițiul A în interstițiul B.

În figura 5.3, A și B sunt două interstiții vecine, separate de doi ioni vecini  $M'$  și  $M''$ , situați pe o linie reticulară. Pentru a trece din A în B, ionul trebuie să îndepărteze pe  $M'$  de  $M''$  (figura 5.4), ceea ce este echivalent cu escaladarea unei bariere de energie  $w_b$  (figura 5.5). În absența câmpului electric, tranziția unui ion din A în B are aceeași probabilitate de a se produce ca și tranziția din B în A. Se poate scrie deci  $P_{eAB} = P_{eBA}$ , unde  $P_{eAB}$ , și  $P_{eBA}$  sunt probabilitățile ca ionul să treacă din A în B, sau respectiv din B în A, escaladând bariera de energie  $w_b$ . Deoarece energia necesară pentru a escalada  $w_b$  este dată de agitația termică (care are un caracter haotic), numărul de ioni care pot trece din A în B este egal cu numărul de ioni care trec din B în A și, în consecință, curentul electric datorat ionilor este nul în absență câmpului electric.

Cum ionul este o particulă grea, "ascultă" de statistica Maxwell-Boltzmann, în care

probabilitatea  $P_{eAB}$  de escaladare a unei bariere de energie  $w_b$  este

$$P_{eAB} = C \exp\left(\frac{-w_b}{kT}\right), \quad (5.1)$$

unde  $C$  este o constanta,  $k$  este constanta Boltzmann și  $T$  este temperatura. Pentru un cristal izotrop  $C = 1/6$ .

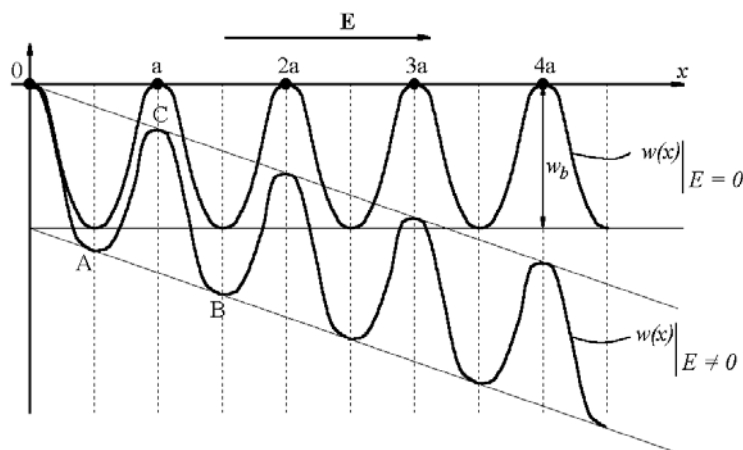


Figura 5.6: Variația energiei ionului de-a lungul cristalului.

În figura 5.6 este reprezentată variația energiei ionului  $F$  în cursul deplasării sale în lungul axei  $Ox$ , paralelă cu o linie reticulară. În absența câmpului, bariera de energie are aceeași valoare pentru deplasarea ionului în sensul pozitiv sau negativ al axei  $Ox$ . Atunci când se stabilește un câmp  $\mathbf{E} = \mathbf{i}E$ , potențialul electric descrește în sensul câmpului, deoarece  $\mathbf{E} = -\text{grad } V$ . Astfel, pentru o deplasare  $\Delta x = x - x_0 > 0$  în sensul pozitiv al axei  $Ox$ , variația corespunzătoare a potențialului  $\Delta V = V(x) - V(x_0) = -E\Delta x$  este negativă și variația de energie corespunzătoare,  $\Delta w = q\Delta V = -qE \Delta x$ , va fi de asemenea negativă (deoarece sarcina  $q$  a ionului este pozitivă).

Pentru o deplasare a ionului  $\Delta x = a/2$  corespunzătoare variației din A în C a energiei sale (suficientă pentru o tranziție a ionului din A în B), modificarea barierei de energie datorată câmpului electric va fi  $\Delta w_{AC} = -\frac{a}{2}qE$ , în timp ce pentru o deplasare  $\Delta x = -\frac{a}{2}$  (variația din B în C a energiei ionului), modificarea barierei de energie datorată câmpului electric va fi  $\Delta w_{BC} = \frac{a}{2}qE$ . Astfel, pentru a face o tranziție din A în B, ionul trebuie să escaladeze o barieră  $w_b - \frac{a}{2}qE$ , în timp ce pentru o tranziție din B în A, ionul are nevoie de o energie de valoare  $w_b + \frac{a}{2}qE$ . În acest caz, probabilitatea  $P_{eAB}$  și  $P_{eBA}$  au expresiile:

$$P_{eAB} = \frac{1}{6} \exp\left(\frac{-(w_b - \frac{a}{2}qE)}{kT}\right), \quad (5.2)$$

$$P_{eBA} = \frac{1}{6} \exp\left(\frac{-(w_b + \frac{a}{2}qE)}{kT}\right), \quad (5.3)$$

și, deci, probabilitatea ca un electron să se deplaseze în sensul câmpului ( $P_{eAB}$ ) este mai mare decât probabilitatea deplasării în sens opus.

■ **Observație:** În acest caz există un exces de ioni care se deplasează în sensul câmpului și acești ioni sunt cei care asigură curentul electric din cristal. ■

Dacă ionul efectuează în interstițiu oscilații de frecvență  $f$ , atunci concentrațiile  $N_{AB}^1$  și  $N_{BA}^1$  a ionilor care trec în unitatea de timp din A în B și, respectiv din B în A, sunt:

$$N_{AB}^1 = N_F P_{eAB} f, \quad (5.4)$$

$$N_{BA}^1 = N_F P_{eBA} f, \quad (5.5)$$

unde  $N_F = \sqrt{NN'} \exp\left(-\frac{w_{dF}}{2kT}\right)$  este concentrația de defecte Frenkel.

Ionii care trec într-o secundă din A în B, parcurg o distanță egală cu constanta rețelei  $a$  și, deci, viteza lor este  $v_{AB} = \frac{a}{1} = a$  [m/s]. Viteza ionilor care trec din B în A într-o secundă este  $v_{BA} = -\frac{a}{1} = -a$  [m/s]. Există ioni care, în unitatea de timp, nu ajung să efectueze tranziții, și fie  $N_r$  concentrația lor. Cu aceste considerații, se poate calcula viteza medie de drift  $v_D$  a ionilor

$$v_D = \frac{N_{AB}^1 a - N_{BA}^1 a + N_r \cdot 0}{N_F} = (P_{eAB} - P_{eBA}) a f = \frac{a f}{6} e^{-\frac{w_b}{kT}} \left[ \exp\left(\frac{aqE}{kT}\right) - \exp\left(-\frac{aqE}{kT}\right) \right]. \quad (5.6)$$

Densitatea de curent datorată acestor ioni are expresia

$$\mathbf{J} = \rho_v \mathbf{v}_D = q N_F \mathbf{v}_D, \quad (5.7)$$

unde  $\rho_v$  este densitatea de volum a sarcinii ionilor. Utilizând relația (5.6), expresia lui  $J$  devine

$$J = q N_F \frac{a f}{6} 2 \operatorname{sh} \left( \frac{a}{2} q \frac{E}{kT} \right) e^{-\frac{w_b}{kT}} \quad (5.8)$$

Cum argumentul lui sh este  $\frac{aqE}{2kT} \approx 2 \cdot 10^{-9} E$ , atunci pentru toate valorile lui  $E$  până la străpungere (adică pentru  $E < 10^8$  V/m) avem  $\frac{aqE}{2kT} < 10^{-1}$  și, deci,

$$\operatorname{sh} \left( \frac{aq}{2} \frac{E}{kT} \right) \approx \frac{aq}{2} \frac{E}{kT}. \quad (5.9)$$

Cu (5.9), relația (5.8) devine

$$J = \frac{a^2 q^2 f}{6kT} N_F \exp\left(-\frac{w_b}{kT}\right) E. \quad (5.10)$$

Utilizând expresia lui  $N_F$  și folosind notația  $w_a = w_b + \frac{w_{dF}}{2}$ , rezultă că

$$J = \frac{a^2 q^2 f}{6kT} \sqrt{NN'} \exp\left(-\frac{w_a}{kT}\right) E. \quad (5.11)$$

Comparând această relație cu legea conducției  $J = \sigma_{ion}^1 E$ , se obține pentru conductivitatea ionică  $\sigma_{ion}^1$ , datorată singurului tip de ioni considerați, expresia

$$\sigma_{ion}^1 = \frac{a^2 q^2 f}{6k} \sqrt{NN'} \frac{1}{T} e^{-\frac{w_a}{kT}}. \quad (5.12)$$

Dacă notăm cu  $c_{ion} = \frac{a^2 q^2 f}{6k} \sqrt{NN'} \frac{1}{T}$ , expresia lui  $\sigma_{ion}^1$  devine

$$\sigma_{ion}^1 = c_{ion} e^{-\frac{w_a}{kT}}. \quad (5.13)$$

Dacă există  $\nu$  tipuri de ioni, conductivitatea ionică totală  $\sigma_{ion}$  are expresia următoare:

$$\sigma_{ion} = \sum_{r=1}^{\nu} c_r e^{-\frac{w_r}{kT}}, \quad (5.14)$$

unde  $c_r$  și  $w_r$  au semnificații analoge mărimilor  $c_{ion}$  și  $w_a$ .

■ **Observație:** Conductivitatea ionică a izolatoarelor crește cu temperatura după o lege exponențială. ■

## 5.3 Conducția electronică

### 5.3.1 Conducția electronică în câmpuri uzuale

Așa cum a fost prezentat la începutul acestui capitol, conducția electronică a izolatoarelor în câmpuri uzuale ( $E < 10^6$  V/m) se realizează, ca în cazul semiconductorilor, prin electronii din banda de conducție care au ajuns acolo prin tranziția din banda de valență sau din nivelurile de tip donor datorate impurităților, și prin golurile din banda de valență, apărute acolo ca urmare a tranziției electronilor în banda de conducție sau pe nivelurile de tip acceptor datorate impurităților.

■ **Observație:** Această conducție este o conducție în benzi de energie și, deci, pentru calculul conductivității se poate utiliza o relație de tipul (3.22). ■

Expresia conductivității electronice  $\sigma_{electron}$  în funcție de temperatura  $T$  este, deci

$$\sigma_{electron} = \sigma_i + \sigma_{en} + \sigma_{ep} = C_i e^{-\frac{w_i}{2kT}} + C_{en} e^{-\frac{w_n}{2kT}} + C_{ep} e^{-\frac{w_p}{2kT}}, \quad (5.15)$$

unde  $C_i$ ,  $C_{en}$  și  $C_{ep}$  sunt practic independente de temperatură,  $w_i$  este lărgimea benzii interzise,  $w_n$  este energia medie care separă nivelurile de tip donor ale benzii de conducție



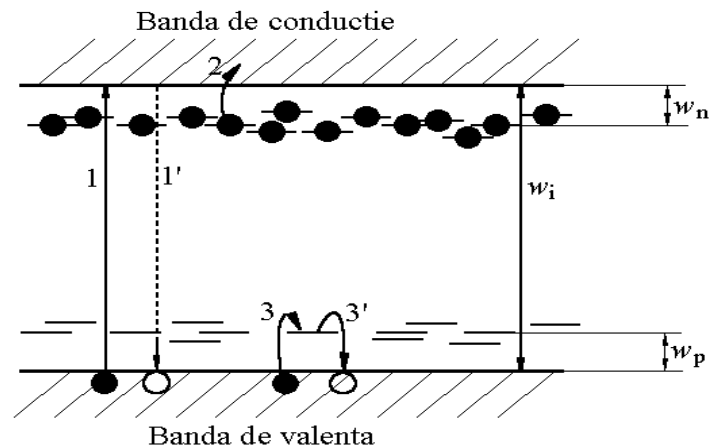


Figura 5.7: Tranziții ale electronilor, de tip intrinsec și extrinsec, pentru un izolator.

(figura 5.7),  $w_p$  este energia medie care separă nivelurile de tip acceptor ale benzii de valență și  $k$  este constanta lui Boltzmann.

Deoarece în cazul izolatorilor  $w_i$  este mult mai mare decât energia medie de agitație termică a unui electron ( $w_{th} \approx 10^{-2}$  eV la  $T = 300$  K), primul termen din expresia (5.15) este foarte mic pentru temperaturi uzuale. Constantele  $C_{en}$  și  $C_{ep}$ , fiind proporționale cu numărul de niveluri de tip donor și, respectiv, acceptor, sunt de asemenea mici pentru un izolator suficient de pur, și, deci, ultimii doi termeni ai expresiei (5.15) sunt mici. Astfel, expresia (5.15) explică valorile mici ale conductivității electronice în domeniul lui Ohm (vezi figura 5.2).

În afara conducției în benzi de energie de care am vorbit mai înainte, în izolatori poate avea loc o *conducție în salturi* a electronilor între nivelurile adânci introduse în banda interzisă de anumite impurități (figura 5.8).

■ **Observație:** Mobilitatea electronilor care asigură conducția în benzi de energie, precum și mobilitatea electronilor care determină conducția în salturi, este de ordinul  $10^{-12} \div 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{V}\cdot\text{s}}$ , care este mult mai mic decât ordinul de mărime al mobilității electronilor în cazul metalelor. Această diferență poate fi explicată cu ajutorul a două posibile efecte care se manifestă în izolatori: *efectul sarcinii spațiale*, care constă într-o frânare a electronilor de conducție datorită unei aglomerări de electroni (numită sarcină spațială) într-o anumită regiune a izolatorului, și *efectul polaron* care constă într-o frânare a fiecărui electron de conducție datorită unui ansamblu de molecule polare care îl fixează între ele, realizând un polaron. ■

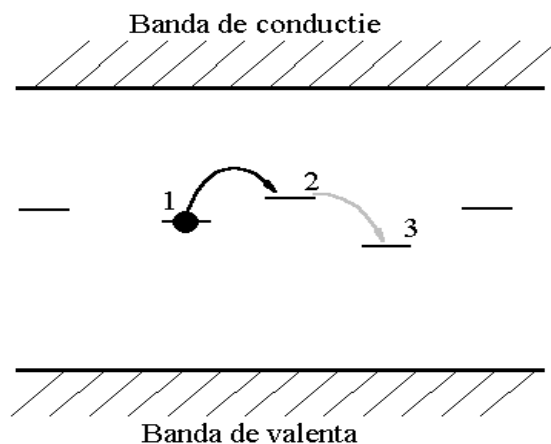


Figura 5.8: Salturi ale electronilor între nivelurile adânci ale benzii interzise.

### 5.3.2 Conducția electrică în câmpuri electrice intense. Străpungerea izolatoarelor solizi

Se numește *străpungere a unui izolator* pierderea subită a proprietăților izolante ale unui material supus unui câmp electric. Altfel zis străpungerea este determinată de apariția bruscă a unui curent electric intens pentru o anumită valoare a intensității câmpului electric. *Rigiditatea dielectrică* sau *câmpul de străpungere*  $E_{str}$  este valoarea minimă a intensității câmpului electric la care se străpunge materialul izolant.

Rigiditatea dielectrică  $E_{str}$  depinde de mai mulți parametri, caracteristici condițiilor experimentale de determinare: temperatura, forma geometrică a eșantionului, frecvența și durata aplicării tensiunii, condițiile mediului ambiant în care se fac determinările, etc.

■ **Observație:** În practică se utilizează rigiditatea dielectrică experimentală care diferă de rigiditatea dielectrică intrinsecă (care nu ține cont de factorii enumerați mai sus). ■

Străpungerea este un fenomen complex și pentru a-l explica au fost elaborate mai multe teorii. Astfel, după mecanismul care o produce, există *străpungere electrică*, (prin *avalanșă* sau *intrinsecă*), și *străpungere termică* (figura 5.9).

#### • Străpungerea electrică

Străpungerea electrică este definită ca fiind străpungerea la declanșarea căreia, efectul Joule legat de curentul care precede descărcarea propriu-zisă nu joacă nici un rol.

#### *Străpungerea intrinsecă*

Străpungerea intrinsecă este datorată apariției unui mare număr de electroni în banda de conducție. Acest tip de străpungere se produce într-un timp foarte scurt ( $10^{-7} \div$

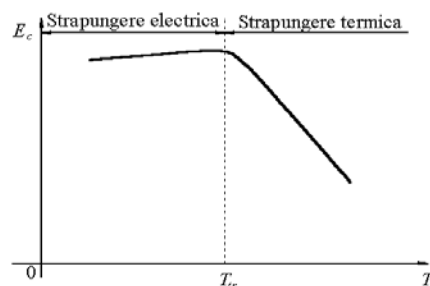


Figura 5.9: Variația rigidității dielectrice cu temperatura.

$10^{-8}$  s).

Există două întrebări fundamentale care se pun în acest caz:

1. Care este originea electronilor care ajung în banda de conducție;
2. Care este modalitatea prin care electronii transferă rețelei cristaline energia acumulată de la câmpul electric, determinând distrugerea materialului (aparitia unui canal de străpungere).

În ceea ce privește prima întrebare, se admite că electronii sosesc în banda de conducție făcând tranziții de pe nivelurile adiționale introduse de impurități, sau din banda de valență prin efect tunel. Efectul tunel reprezintă trecerea unui electron între două niveluri de energie separate de o barieră de energie, fără să escaladeze bariera, ci direct, traversând-o fără a-și se modifica energia.

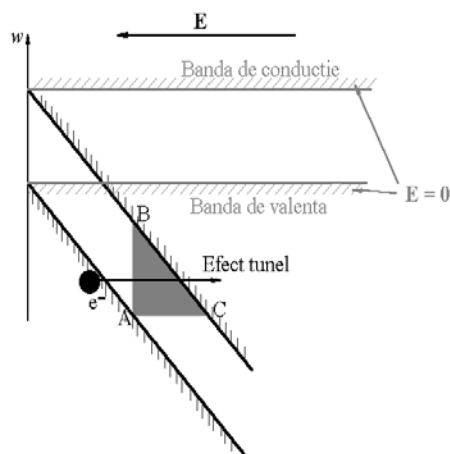


Figura 5.10: Efect tunel într-un izolator.

Ca urmare a aplicării unui câmp electric intens se produce o înclinare foarte mare a benzilor de valență și de conducție (figura 5.10). Astfel, lărgimea  $AC$ , a barierei  $ABC$

(pe care electronii trebuie să o escaladeze pentru a trece din banda de valență în banda de conducție), devine suficient de mică pentru ca efectul tunel să fie foarte probabil.

În ceea ce privește a doua întrebare, mecanismul de formare a canalelor de străpungere se poate baza fie pe încălzirea locală a materialului datorată aglomerării purtătorilor de sarcină, fie prin "ruptura" materialului provocată de forțe foarte puternice care se exercită între regiunile vecine săracite de electroni.

#### *Străpungerea prin avalanșă de electroni*

Acest tip de străpungere se produce din cauza multiplicării electronilor din banda de conducție prin ionizarea în avalanșă a particulelor corpului (atomi sau molecule).

Electronii din banda de conducție (care determină avalanșa) provin fie din ionizarea impurităților, fie din banda de valență prin efect tunel. Un model foarte simplu pentru a descrie formarea avalanșei este cel al lui Fröhlich și Seitz, care este prezentat în cele ce urmează.

Presupunem că într-un cristal în care se găsește un singur electron de conducție, se stabilește un câmp electric exterior.

Între două ciocniri ale electronului cu rețeaua, electronul primește de la câmpul electric o energie:

$$w_a = qE\tilde{l}, \quad (5.16)$$

unde  $qE\tilde{l}$  este lucrul mecanic efectuat de forțele electrostatice,  $\tilde{l}$  este drumul liber mijlociu (distanța medie între două ciocniri consecutive suferite de un electron) și  $q$  este sarcina electronului.

Fie  $w_t$  energia unui fonon al rețelei. Expresia acestei energii este  $w_t = hf$ , unde  $h$  este constanta lui Planck, iar  $f$  este frecvența vibrației termice a particulei ciocnite. Dacă  $w_a < w_t$  electronul suferă o ciocnire elastică, fără transfer de energie. Dacă, dimpotrivă,  $w_a$  este superior lui  $w_t$  dar inferior lui  $2w_t$  rezultă că, în momentul ciocnirii, electronul cedează particulei ciocnite energia  $w_t$  și îi rămâne o energie reziduală după această ciocnire. Astfel, după fiecare ciocnire a electronului cu rețeaua, energia reziduală a electronului crește (prin efect cumulativ) și, la momentul celei de a  $n$ -a ciocniri, energia electronului devine suficient de mare pentru a produce ionizarea particulei ciocnite, adică extracția unui electron al particulei. Acest nou electron este de asemenea un electron de conducție, aparținând benzii de conducție. Cei doi electroni de conducție sunt accelerați de câmp și, după un anumit timp, ei acumulează o energie suficientă pentru a ioniza două alte particule ale rețelei, rezultând patru electroni. Astfel, într-un timp foarte scurt ( $10^{-7} \div 10^{-8}$  s) rezultă o avalanșă de electroni de conducție, care determină un curent foarte intens și, deci, străpungerea izolatorului.

Condiția formării avalanșei este deci  $w_a > w_t$ , care se scrie  $qE\tilde{l} > hf$ , de unde rezultă  $E > \frac{hf}{q\tilde{l}}$ . Astfel, valoarea minimă a câmpului la care se produce străpungerea, este

$$E_{str,i} \approx \frac{hf}{q\tilde{l}}, \quad (5.17)$$

și ea se numește *rigiditate dielectrică intrinsecă*.

#### • Străpungerea termică

Străpungerea termică se produce mai ales în izolatorii groși și care au o conductivitate electrică ridicată și o conductivitate termică mică.

Pierderile dielectrice prin conducție (prin efect Joule) și prin polarizare provoacă o degajare de căldură în izolatori. Atât timp cât căldura astfel produsă este mai mare decât cea pe care izolatorul o poate evacua, temperatura crește și se produce o străpungere, numită *străpungere termică*.

■ **Observație:** În realitate străpungerea unui izolator solid nu este determinată de un singur mecanism din cele trei prezentate mai înainte, ci de o combinație a acestor mecanisme. ■

În materialele neomogene apar alte mecanisme (descărcări parțiale, arborescențe (electrice sau de apă), care conduc la scăderea rigidității dielectrice.

În tabelul 5.1 se prezintă valori aproximative ale rigidității dielectrice pentru câțiva izolatori utilizați în mod curent în electrotehnică.

Tabelul 5.1: Valori aproximative ale rigidității dielectrice pentru câțiva izolatori utilizați în mod curent în electrotehnică.

Material	Aer	Ulei mineral	Rășini sintetice	Carton electrotehnic
$E_{str}[\frac{MV}{m}]$	3 ÷ 3.2	15 ÷ 20	12 ÷ 100	9 ÷ 12
Material	Cauciuc	Mică	Sticlă	Folii electroizolante
$E_{str}[\frac{MV}{m}]$	10 ÷ 30	30 ÷ 100	10 ÷ sute	60 ÷ 300

## Partea III

# Proprietăți dielectrice ale materialelor



# Capitolul 6

## Polarizația electrică

### 6.1 Noțiuni generale

Înainte de a prezenta diferitele tipuri de polarizații, este util să reamintim câteva noțiuni referitoare la proprietățile dielectrice ale materialelor.

Prin dipol electric se înțelege un sistem de două sarcini punctuale  $+q$  și  $-q$  situate la o distanță  $\mathbf{d}$  una de alta. Mărimea ce caracterizează dipolul electric este momentul electric dipolar  $\mathbf{p}$  definit ca  $\mathbf{p} = q\mathbf{d}$  [Cm].

Se numește *polarizație electrică*  $\mathbf{P}$  [C/m<sup>2</sup>] o mărime vectorială care reprezintă suma vectorială a momentelor electrice dipolare  $\mathbf{p}_i$  din unitatea de volum a unui material. Dacă se consideră un volum infinit mic  $\Delta V$  al materialului, polarizația  $\mathbf{P}$  este definită prin relația:

$$\mathbf{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_i (\mathbf{p}_i)_{\Delta V}}{\Delta V}. \quad (6.1)$$

Polarizația poate fi temporară sau permanentă. Polarizația temporară  $\mathbf{P}_t$  este polarizația care depinde de intensitatea câmpului electric  $\mathbf{E}$  și ea se anulează în absența sa. Această dependență este exprimată prin legea polarizației electrice temporare

$$\mathbf{P}_t = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}, \quad (6.2)$$

unde  $\varepsilon_0$  este permitivitatea vidului ( $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m) și  $\chi_e$  este susceptivitatea electrică.

Relația (6.2) poate fi scrisă sub forma

$$\mathbf{P}_t = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\mathbf{E}, \quad (6.3)$$



unde  $\varepsilon_r = 1 + \chi_e$  se numește *permitivitate relativă*.

Se numește *dielectric* un material a cărui proprietate electromagnetică fundamentală este de a fi polarizabil. Dielectricii pot fi polari (formați din molecule care prezintă un moment electric spontan), și nepolari.

Clasele fundamentale de polarizație electrică sunt polarizația de deformare (electronică și ionică) și polarizația de orientare. În plus, materialele neomogene pot prezenta și o polarizație suplimentară, numită polarizație interfacială (sau de neomogenitate).

Deci, polarizarea este produsă de acțiunea câmpului electric asupra particulelor materialului. Câmpul local, care exercită acțiuni asupra atomilor sau moleculelor este

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E} + \frac{\gamma}{\varepsilon_0} \mathbf{P} \quad (6.4)$$

unde  $\gamma$  este o constantă structurală a materialului,  $\mathbf{E}$  este câmpul exterior și  $\mathbf{P}$  este polarizația.  $\mathbf{E}_0$  se numește câmp electric activ (interior). Constanta  $\gamma$  este nulă în cazul gazelor și ia valoarea  $1/3$  în cazul corpurilor cu simetrie sferică structurală (microscopică), așa cum sunt cristalele ce cristalizează în CFC, corpurile amorfe, rețelele de tip NaCl, etc..

Se definește *polarizabilitatea*  $\alpha$  [ $\text{Fm}^2$ ] prin relația

$$\alpha = \frac{p}{E_0}, \quad (6.5)$$

unde  $p$  este momentul electric echivalent indus de către câmpul local  $\mathbf{E}_0$ .

În următoarele patru paragrafe sunt descrise tipurile de polarizație întâlnite în dielectrici (omogeni sau nu) obținute sub acțiunea unui câmp electric static sau staționar.

## 6.2 Polarizația de deformare

În dielectrici se întâlnesc două tipuri de polarizație de deformare: electronică și ionică.

### 6.2.1 Polarizația electronică

Această polarizație este consecutivă unei deplasări relative a norului electronic care înconjoară nucleul unui atom în raport cu nucleul, deplasare care se produce în cazul fiecărui atom al corpului sub acțiunea unui câmp electric.

Pentru a explica mecanismul polarizării electronice, în figura 6.1 (a) este reprezentat modelul clasic al unui atom, cu un nucleu încărcat cu o sarcină pozitivă  $+q$  și înconjurat de  $Z$  electroni considerați uniform repartizați într-o sferă de sarcină  $-q = -Zq_0$ .

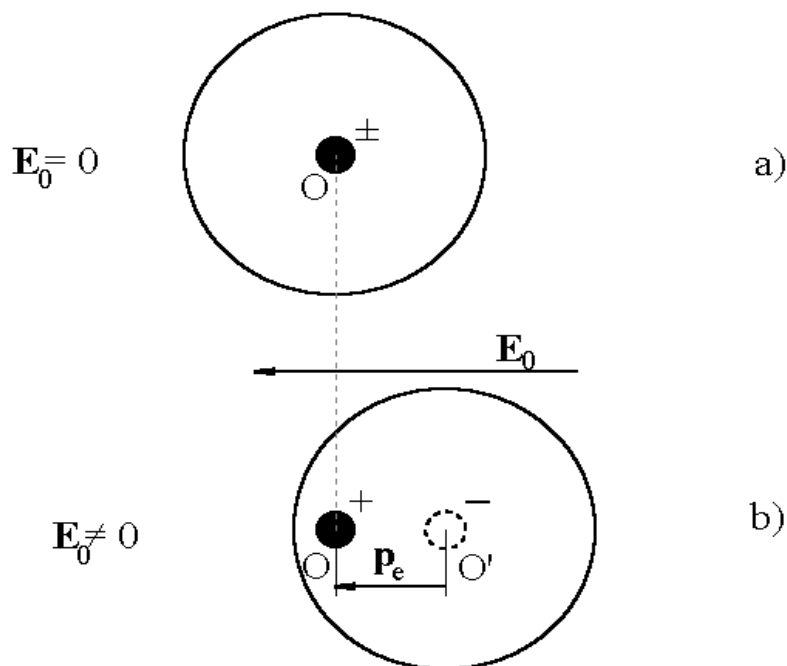


Figura 6.1: Apariția unui moment electric  $\mathbf{p}_e$  prin deformarea unui atom.

Se consideră că, în absența câmpului electric, atât sarcina  $+q$  a nucleului cât și sarcina  $-q$  a sferei electronilor sunt concentrate în punctul  $O$ , reprezentând centrul sferei, și, deci, nici un moment electric nu este asociat atomului.

Dacă asupra atomului acționează un câmp electric  $\mathbf{E}_0$ , atunci o forță electrică  $\mathbf{F}$ , de modul  $F = qE_0$ , acționează atât asupra nucleului cât și asupra electronilor, dar, deoarece nucleul este mult mai greu decât electronii ( $m_{\text{nucleu}} \approx 1800 m_{\text{electron}}$ ) se poate considera că nucleul rămâne imobil și că norul electronic se deplasează în sens contrar câmpului (figura 6.1 (b)). Aceasta determină apariția unui moment electric  $\mathbf{p}_e = q\mathbf{l}$  pentru fiecare atom, unde  $\mathbf{l}$  este distanța între centrul nucleului (punctul  $O$ ) și centrul sferei electronilor (punctul  $O'$ ) după aplicarea câmpului  $\mathbf{E}_0$ . Polarizația obținută prin însumarea celor  $N_e$  momente  $\mathbf{p}_e$  din unitatea de volum a corpului se numește polarizație electronică.

Utilizând polarizabilitatea, expresia momentului electric  $\mathbf{p}_e$  se scrie

$$\mathbf{p}_e = \alpha_e \mathbf{E}_0. \quad (6.6)$$

Se demonstrează că

$$\alpha_e = 4\pi\epsilon_0 R^3, \quad (6.7)$$

unde  $R$  este raza atomului.

Cum momentele  $\mathbf{p}_e$  sunt identice, pentru polarizația electronică  $\mathbf{P}_e$  rezultă relația

$$\mathbf{P}_e = N_e \mathbf{p}_e = N_e \alpha_e \mathbf{E}_0, \quad (6.8)$$

unde  $\alpha_e$  reprezintă polarizabilitatea electronică a atomului.

Cum  $\mathbf{P}_e$  este temporară și  $\mathbf{P}_e = \mathbf{P}_t = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$ , rezultă

$$N_e \alpha_e \mathbf{E}_0 = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E} \quad (6.9)$$

și, apoi,

$$\varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E} = N_e \alpha_e \left( E + \frac{\gamma}{\varepsilon_0} P_t \right) = N_e \alpha_e \left( \mathbf{E} + \frac{\gamma}{\varepsilon_0} \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E} \right). \quad (6.10)$$

În final se obține

$$\varepsilon_0 \chi_e = N_e \alpha_e (1 + \gamma \chi_e), \quad (6.11)$$

de unde rezultă expresiile pentru susceptivitatea  $\chi_{ee}$  și pentru permitivitatea relativă  $\varepsilon_{re}$  corespunzătoare polarizării electronice a corpului:

$$\chi_{ee} = \frac{N_e \alpha_e}{\varepsilon_0 - \gamma N_e \alpha_e}, \quad (6.12)$$

$$\varepsilon_{re} = 1 + \frac{N_e \alpha_e}{\varepsilon_0 - \gamma N_e \alpha_e}. \quad (6.13)$$

### ■ Observații:

1. Toți atomii prezintă acest mecanism de polarizare, care se produce într-un timp foarte scurt și pentru câmpuri electrice de frecvențe ce pot ajunge la  $10^{15}$  Hz. În general, orice dielectrice prezintă o polarizație electronică, dar ponderea ei în polarizația totală este foarte mică în raport cu alte tipuri de polarizații.
2. Mărimile  $\varepsilon_{re}$  și  $\mathbf{P}_e$  nu depind de temperatură, deoarece polarizația electronică se datorează deplasării electronilor puternic legați în atomi, care nu sunt afectați de temperatură.
3.  $\varepsilon_{re} = n^2$ , unde  $n$  este indicele de refracție al materialului.
4. În cazul gazelor,  $\varepsilon_{re} \approx 1$ .
5. În cazul metalelor, polarizația electronică este neglijabilă. Într-adevăr, în acest caz, cum pe de o parte electronii legați sunt apropiați de nucleu (deci puternic legați, deoarece electronii de valență au părăsit atomii), iar pe de altă parte, valorile lui  $E$  sunt foarte mici, acești electroni nu pot fi deplasați.

■

### 6.2.2 Polarizația ionică

Polarizația ionică este întâlnită, mai ales, în cristalele ionice și rezultă din deplasarea în sens contrar a ionilor de semne opuse. Acest mecanism de polarizare se stabilește mai lent decât polarizarea electronică, și ea se manifestă până la frecvențe din domeniul infraroșu ( $10^{13} \div 10^{14}$  Hz).

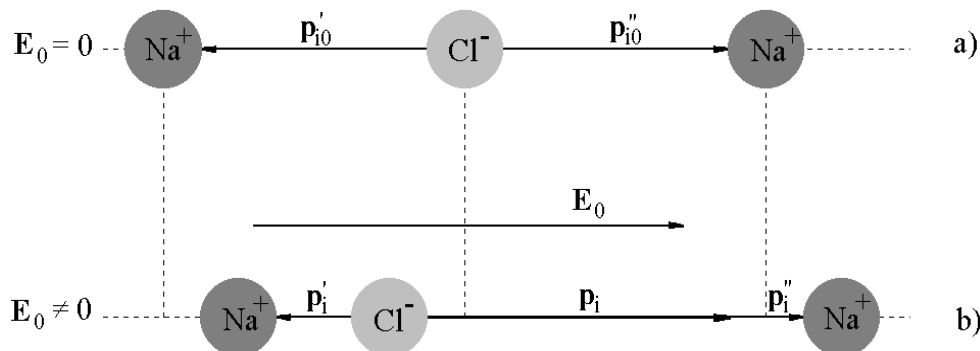


Figura 6.2: Apariția momentului rezultat  $\mathbf{p}_i$  pentru două perechi de ioni.

În figura 6.2 se consideră trei ioni vecini ai unui cristal ionic. Dacă intensitatea câmpului local  $\mathbf{E}_0$  este nulă (figura 6.2 - a) momentele electrice  $\mathbf{p}'_{i0}$  și  $\mathbf{p}''_{i0}$  ale perechilor de ioni vecini, se anulează în medie ( $|\mathbf{p}'_{i0}| = |\mathbf{p}''_{i0}|$ ) și corpul nu este polarizat ( $\mathbf{p}_{i0} = \mathbf{p}'_{i0} + \mathbf{p}''_{i0} = 0$  și deci  $\mathbf{P}_{i0} = \mathbf{0}$ ).

Dacă din exterior se aplică un câmp electric, atunci câmpul local  $\mathbf{E}_0$  este diferit de zero (figura 6.2 - b) și el exercită forțe electrice asupra ionilor, care se deplasează în sensul câmpului (ioni pozitivi) sau în sens opus acestuia (ioni negativi). În consecință, rezultanta momentelor  $\mathbf{p}'_i$  și  $\mathbf{p}''_i$ , adică  $\mathbf{p}_i = \mathbf{p}'_i + \mathbf{p}''_i$  este diferită de zero (deoarece  $|\mathbf{p}'_i| \neq |\mathbf{p}''_i|$ ) și, deci, corpul se polarizează.

Relația între momentul  $\mathbf{p}_i$  și câmpul local  $\mathbf{E}_0$  este

$$\mathbf{p}_i = \alpha_i \mathbf{E}_0, \quad (6.14)$$

unde polarizabilitatea ionică  $\alpha_i$  are expresia

$$\alpha_i = 8\pi\epsilon_0 a^3, \quad (6.15)$$

$a$  fiind constanta rețelei și  $\epsilon_0$  permitivitatea absolută a vidului.

Polarizația ionică  $\mathbf{P}_i$  se exprimă cu relația

$$\mathbf{P}_i = N_i \mathbf{p}_i = N_i \alpha_i \mathbf{E}_0, \quad (6.16)$$

unde  $N_i$  este concentrația de perechi de ioni (concentrația de dipoli).

Într-o manieră similară celei de la polarizația electronică, se găsesc expresiile susceptivității ionice  $\chi_{ei}$  și a permitivității relative ionice  $\varepsilon_{ri}$ :

$$\chi_{ei} = \frac{N_i \alpha_i}{\varepsilon_0 - \gamma N_i \alpha_i}, \quad (6.17)$$

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{N_i \alpha_i}{\varepsilon_0 - \gamma N_i \alpha_i}. \quad (6.18)$$

### ■ Observații:

1. Corpurile care prezintă polarizație ionică, prezintă, de asemenea, și polarizație electronică, dar, așa cum a fost menționat în paragraful precedent, polarizația ionică este, în general, predominantă. Altfel spus,

$$\varepsilon_{ri} > \varepsilon_{re}.$$

2.  $\varepsilon_{ri}$  crește cu temperatura, dar nu crește mult la temperaturi uzuale. Cu creșterea temperaturii  $\alpha_i$  crește de asemenea, și deoarece agitația termică (care se intensifică) favorizează deplasarea ionilor sub acțiunea câmpului electric.

■

## 6.3 Polarizația de orientare (de relaxare)

Acest tip de polarizație apare în materialele polare, adică în materialele ale căror molecule (numite, de asemenea, polare) prezintă un moment electric spontan, independent de existența unui câmp exterior. Notăm momentul electric asociat unei molecule polare cu  $\mathbf{p}_p$ .

În absența unui câmp electric exterior momentele dipolare ale moleculelor polare sunt orientate într-un mod aleator, astfel încât nu există o polarizație macroscopică observabilă (figura 6.3). Sub efectul câmpului electric momentele electrice au tendința de a se orienta în direcția și în sensul lui. Astfel,  $\mathbf{E}_0$  și  $\mathbf{p}_p$  au tendința de a fi omoparalele, pentru a minimiza energia potențială a moleculelor. Rezultă o polarizație numită *polarizație de orientare*, care se manifestă până la frecvențe de ordinul MHz-ilor.

■ Observație: Atunci când temperatura crește, agitația termică se intensifică, orientarea moleculelor devine mai dificilă și, în consecință, polarizația de orientare  $\mathbf{P}_o$  scade.

■

Se poate scrie relația

$$\mathbf{p}_o = \alpha_o \mathbf{E}_0, \quad (6.19)$$

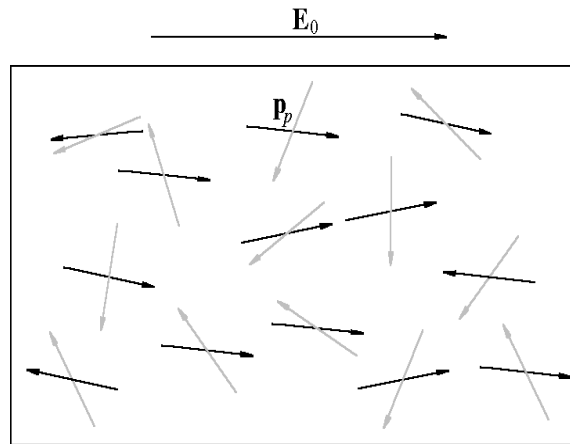


Figura 6.3: Orientarea momentelor polare în prezența unui câmp electric  $E_0$

unde  $\mathbf{p}_o$  este momentul echivalent (mediu) indus de către câmpul  $\mathbf{E}_0$ , iar

$$\alpha_o = \frac{\text{const}}{T} \quad (6.20)$$

este polarizabilitatea de orientare.

Pentru polarizația de orientare  $\mathbf{P}_o$  rezultă relația

$$\mathbf{P}_o = N_o \mathbf{p}_o = N_o \alpha_o \mathbf{E}_0, \quad (6.21)$$

unde  $N_o$  este numărul de molecule polare din unitatea de volum.

În acest caz, relațiile pentru susceptivitatea de orientare  $\chi_{eo}$  și pentru permitivitatea relativă de orientare  $\varepsilon_{ro}$  sunt:

$$\chi_{eo} = \frac{N_o \alpha_o}{\varepsilon_0 - \gamma N_o \alpha_o}, \quad (6.22)$$

$$\varepsilon_{ro} = 1 + \frac{N_o \alpha_o}{\varepsilon_0 - \gamma N_o \alpha_o}. \quad (6.23)$$

■ **Observație:** Polarizația de orientare  $\mathbf{P}_o$  are, în general, valorile cele mai mari în raport cu alte tipuri de polarizație (electronică și ionică). Avem, deci:

$$\varepsilon_{ro} > \varepsilon_{ri} > \varepsilon_{re}.$$

■

## 6.4 Polarizația de neomogenitate

Polarizarea de neomogenitate (migrațională, interfacială) este o polarizare suplimentară, care apare în corpurile neomogene, datorată câmpului electric produs de sarcinile electrice acumulate pe suprafețele  $S$  care separă regiunile omogene ale dielectricilor - global, neomogeni.

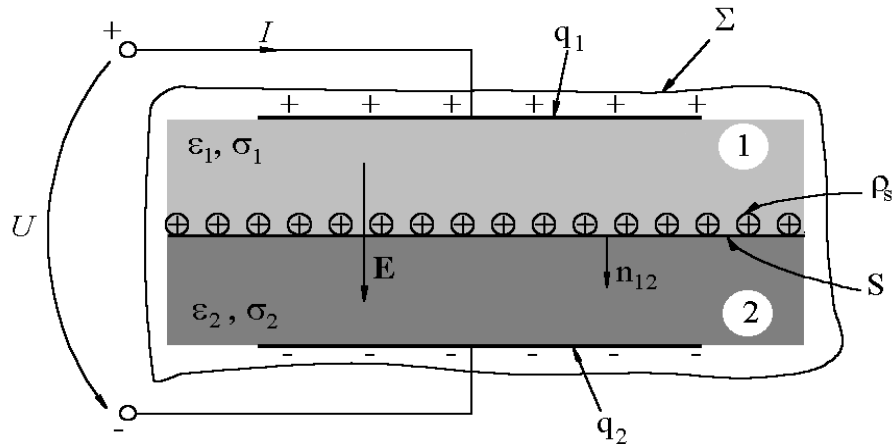


Figura 6.4: Dielectric neomogen care prezintă polarizație de neomogenitate.

Se poate scrie

$$\mathbf{P}_n = \mathbf{P} - \mathbf{P}_0, \quad (6.24)$$

unde  $\mathbf{P}_n$  este polarizația de neomogenitate,  $\mathbf{P}$  este polarizația materialului în prezența sarcinilor acumulate pe  $S$  și  $\mathbf{P}_0$  este polarizația materialului înainte de acumularea sarcinilor pe  $S$ . Deci sarcinile care rămân fixate pe suprafețele de separație dintre regiunile omogene determină un câmp electric suplimentar care mărește polarizațiile de deformare (electronică, ionică) și polarizația de orientare.

În continuare se deduce condiția de acumulare a sarcinii de densitate  $\rho_S$  pe suprafața  $S$ , adică condiția de apariție a polarizației de neomogenitate  $\mathbf{P}_n$ . În acest scop, se consideră un condensator cu un dielectric neomogen constituit din două regiuni omogene (regiunile 1 și 2 în figura 6.4), caracterizate de permitivitățile  $\varepsilon_1$  și respectiv  $\varepsilon_2$  și de conductivitățile  $\sigma_1$  și, respectiv,  $\sigma_2$ . Se presupune că în dielectricul neomogen este predominantă conducția ionică și că purtătorii de sarcină sunt numai ionii pozitivi. Se consideră că mobilitățile purtătorilor sunt diferite în cele două regiuni și se presupune că mobilitatea în regiunea 1 este mai mare decât cea corespunzătoare regiunii 2. Astfel, atunci când se aplică un câmp electric ca cel din figura 6.4, numărul de ioni care sosesc pe  $S$  venind din regiunea 1 este mai mare decât numărul de ioni care părăsesc  $S$  către regiunea 2 și, în consecință, o parte din ionii care vin din regiunea 1 se acumulează pe  $S$ .

Acești ioni produc un câmp electric suplimentar, care determină o polarizație suplimentară, care este polarizația de neomogenitate. Pentru a determina condiția de acumulare pe S a ionilor cu densitatea superficială  $\rho_s$ , se aplică pe S relațiile următoare: legea fluxului electric, legea conservării sarcinii electrice și legea conducției electrice.

Astfel, legea fluxului electric aplicată pe suprafața S se scrie

$$\operatorname{div}_s \mathbf{D} = \mathbf{n}_{12} \cdot (\varepsilon_2 \mathbf{E}_2 - \varepsilon_1 \mathbf{E}_1) = \varepsilon_2 E_{n2} - \varepsilon_1 E_{n1} = \rho_s, \quad (6.25)$$

unde  $\mathbf{D}$  este inducția electrică, iar  $\mathbf{E}_1$  și  $\mathbf{E}_2$  sunt intensitățile câmpului electric în regiunea 1 și, respectiv, 2.

Din legea conservării sarcinii electrice în regimul staționar considerat după acumularea sarcinilor (când  $\rho_s$  este constantă și, deci,  $\frac{d\rho_s}{dt} = 0$ ) se obține

$$\operatorname{div}_s \mathbf{J} = 0. \quad (6.26)$$

Rezultă

$$\mathbf{n}_{12} \cdot (\mathbf{J}_2 - \mathbf{J}_1) = 0 \quad \text{de unde} \quad J_{n1} = J_{n2} = J_n, \quad (6.27)$$

unde  $\mathbf{J}_1$  și  $\mathbf{J}_2$  sunt densitățile de curent în regiunea 1 și, respectiv, 2.

Din legea conducției electrice  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$  rezultă pentru componentele normale, în cele două regiuni

$$J_{n1} = \sigma_1 E_{n1} \quad \text{și} \quad J_{n2} = \sigma_2 E_{n2}, \quad (6.28)$$

sau

$$E_{n1} = \frac{J_{n1}}{\sigma_1} \quad \text{și} \quad E_{n2} = \frac{J_{n2}}{\sigma_2}. \quad (6.29)$$

Astfel, relația (6.25) devine

$$\rho_s = \varepsilon_2 \frac{J_{n2}}{\sigma_2} - \varepsilon_1 \frac{J_{n1}}{\sigma_1} = J_n \left( \frac{\varepsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1} \right). \quad (6.30)$$

Dar  $J_n \neq 0$  și, deci, pe S se acumulează o sarcină electrică  $\rho_s \neq 0$  numai dacă este satisfăcută condiția  $\frac{\varepsilon_2}{\sigma_2} \neq \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1}$ .

Se notează cu  $\tau_1 = \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1}$  și  $\tau_2 = \frac{\varepsilon_2}{\sigma_2}$  și acestea reprezintă *duratele de relaxare* din cele două regiuni.



### ■ Observații:

1. Durata de relaxare  $\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$  este intervalul de timp de la anularea câmpului electric aplicat izolatorului, în care sarcina electrică în fiecare punct al izolatorului descrește de "e" ori. (Conform teoremei relaxației sarcinii electrice, considerat din momentul anulării câmpului electric densitatea de volum  $\rho$  a sarcinii electrice din corp scade exponențial în timp:  $\rho = \rho_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ , unde  $\rho_0$  este densitatea sarcinii în momentul anulării câmpului).

Această durată de relaxare  $\tau$  nu trebuie confundată cu durata de relaxare definită în cadrul conducției în metale (paragraful 2.1.2).

2. Pentru condensatoarele cu dielectrici neomogeni, capacitatea nu poate fi calculată univoc ca fiind raportul dintre sarcina unei armături și diferența de potențial dintre armături.

(Fie  $\Sigma$  ca în figura 6.4. Legea fluxului electric se scrie  $q_1 + q_2 + q_s = \oint_{\Sigma} \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} dA = 0$  și rezultă  $|q_1| \neq |q_2|$ , dacă  $|q_s| \neq 0$ . În acest caz nu se poate defini riguros capacitatea cu o relație de tipul  $C = \frac{q}{U}$ , unde  $q$  este sarcina unei armături, iar  $U$  tensiunea dintre armături.)

■

## 6.5 Ecuația Clausius-Mosotti

Ecuația Clausius-Mosotti este o relație între permitivitatea relativă  $\varepsilon_r$  și concentrațiile dipolilor electrici  $N_e$ ,  $N_i$  și  $N_o$ , pentru un corp care prezintă cele trei mecanisme de polarizare: electronică, ionică, și de orientare.

Pentru a ajunge la această ecuație, se consideră un dielectric liniar, omogen și izotrop în care polarizația totală  $\mathbf{P}$  rezultă din relația

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_e + \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_o = (N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o) \mathbf{E}_0 = (N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o) \left( \mathbf{E} + \frac{\gamma}{\varepsilon_0} \mathbf{P} \right), \quad (6.31)$$

unde  $\mathbf{P}_e$ ,  $\mathbf{P}_i$  și  $\mathbf{P}_o$  sunt polarizațiile electronică, ionică și de orientare,  $N_e$ ,  $N_i$  și  $N_o$  sunt concentrațiile dipolilor corespunzători,  $\alpha_e$ ,  $\alpha_i$  și  $\alpha_o$  sunt polarizabilitățile corespunzătoare, iar  $\mathbf{E}_0$  este intensitatea câmpului electric activ ( $\mathbf{E}_0 = \mathbf{E} + \frac{\gamma}{\varepsilon_0} \mathbf{P}$ ).

Ținând cont de faptul că  $\mathbf{P}$  este o polarizație temporară care se exprimă prin  $\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$  (unde  $\chi_e$  este susceptivitatea electrică a materialului), relația (6.31) devine

$$\mathbf{P} = \frac{N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o}{1 - \frac{\gamma}{\varepsilon_0} (N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o)} \mathbf{E} = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}, \quad (6.32)$$

de unde rezultă

$$\chi_e = \frac{N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o}{\varepsilon_0 - \gamma(N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o)} = \varepsilon_r - 1. \quad (6.33)$$

Pentru corpuri cu simetrie sferică structurală  $\gamma = \frac{1}{3}$  și, astfel, relația (6.33) devine

$$\varepsilon_r - 1 = \frac{3(N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o)}{3\varepsilon_0 - (N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o)},$$

și, apoi,

$$3\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1) = (N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o)(\varepsilon_r + 2).$$

În cele din urmă, se obține relația

$$\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{1}{3\varepsilon_0}(N_e \alpha_e + N_i \alpha_i + N_o \alpha_o), \quad (6.34)$$

care se numește ecuația Clausius-Mossoti.

## 6.6 Permitivitatea dielectricilor în câmpuri armonice

Se numește *câmp electric armonic* câmpul electric a cărui intensitate își menține neschimbată direcția în timp, dar care își schimbă periodic, sinusoidal, modulul și sensul. Se presupune că, din exterior se aplică materialului un câmp electric care are o variație sinusoidală

$$E(t) = \hat{E} \sin \omega t.$$

Deoarece  $E$  are o variație sinusoidală, rezultă că valorile câmpului local  $E_0$ , polarizației  $P$ , și inducției electrice  $D$  au, de asemenea, o variație sinusoidală. Putem, deci, exprima aceste mărimi cu ajutorul reprezentării în complex simplificat, obținând:  $\underline{E}$ ,  $\underline{E}_0$ ,  $\underline{P}$ , și  $\underline{D}$ . Astfel, pentru un dielectric supus unui câmp sinusoidal polarizabilitățile sunt mărimi complexe, dependente de pulsație. Ecuația Clausius-Mosotti arată că permitivitatea relativă este, atunci, și ea o mărime complexă:

$$\underline{\varepsilon}_r = \varepsilon'_r - j\varepsilon''_r. \quad (6.35)$$

Cu  $\underline{\varepsilon}_r$  se poate scrie în complex legea

$$\underline{P}_t = \varepsilon_0 \underline{\chi}_e \underline{E} \quad \text{et} \quad \underline{D} = \varepsilon_0 \underline{\varepsilon}_r \underline{E}, \quad (6.36)$$

unde  $\underline{\chi}_e = \underline{\varepsilon}_r - 1$ .

Partea reală  $\varepsilon'_r$  a permitivității complexe are aceeași semnificație fizică ca  $\varepsilon_r$  în câmpuri constante, fiind permitivitatea relativă care se utilizează în definirea capacității unui condensator.

Partea imaginară  $\varepsilon''_r$  caracterizează pierderile în dielectric datorate polarizării materialului, așa cum se prezintă în paragraful următor.

Variația în funcție de frecvență a mărimilor  $\varepsilon'_r$  și  $\varepsilon''_r$  este prezentată în figura 6.5.

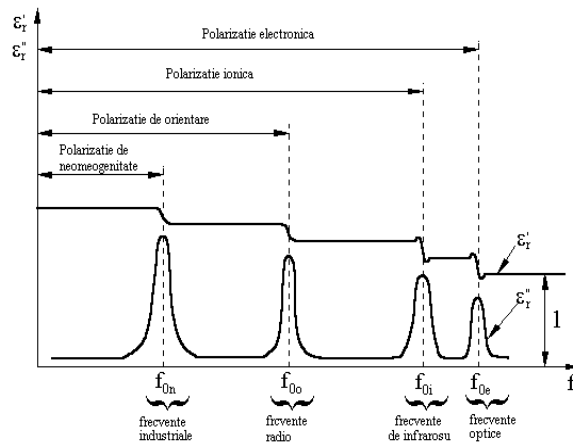


Figura 6.5: Variația lui  $\varepsilon'_r$  și  $\varepsilon''_r$  în funcție de frecvență.

Se observă că, pentru frecvențe diferite de frecvențele  $f_{0o}, f_{0i}$  sau  $f_{0e}$  variația lui  $\varepsilon'_r$  și  $\varepsilon''_r$  este neglijabilă, în timp ce în vecinătatea lui  $f_{0o}, f_{0i}$  sau  $f_{0e}$ , atât  $\varepsilon'_r$  cât și  $\varepsilon''_r$  prezintă variații foarte importante.

Atunci când frecvența câmpului crește mult, se constată că, dincolo de o anumită valoare, numită *frecvență proprie*, dipolii caracteristici unui tip de polarizație nu pot să mai urmărească variațiile rapide ale câmpului, orientarea lor devine aleatoare și acest tip de polarizație dispăre. În jurul unei frecvențe proprii absorbția de energie de către material este importantă și, deci,  $\varepsilon''_r$  are un maxim.

Astfel, pentru frecvențe  $f$  superioare lui  $f_{0n}$  polarizația de neomogenitate se anulează, atunci când  $f$  este mai mare decât  $f_{0o}$  polarizația de orientare se anulează, când  $f$  este mai mare decât  $f_{0i}$  polarizația ionică se anulează și când  $f$  este mai mare decât  $f_{0e}$  polarizarea electronică dispăre. Deci, pentru  $f > f_{0e}$  corpul nu se mai polarizează și  $\varepsilon_r \approx 1$ .

# Capitolul 7

## Pierderi dielectrice

O parte din energia câmpului electric se disipă în materialul izolant, datorită polarizării și conducției electrice a materialului, transformându-se astfel în căldură. Energia pierdută în izolator în unitatea de timp reprezintă ceea ce numim *pierderi dielectrice*. Astfel, într-un izolator există două tipuri importante de pierderi.

1. *Pierderi prin conducție electrică  $P_C$*

Aceste pierderi (numite și pierderi prin efect Joule) se datorează conducției dielectricului. Acest tip de pierderi sunt prezente atât în câmpuri staționare cât și în câmpuri variabile în timp.

2. *Pierderi prin histerezis dielectric (pierderi dielectrice de polarizație)  $P_h$*

Aceste pierderi se datorează polarizării dielectricului și ele sunt întâlnite numai în câmpuri electrice variabile în timp.

În cazul corpurilor neomogene apar în plus și alte fenomene, cum sunt descărcările parțiale sau arborescențele (electrice sau electrochimice), care produc pierderi suplimentare față de pierderile datorate polarizării sau conducției izolatorului.

Pierderile dielectrice nu modifică în mod substanțial randamentul energetic al instalațiilor sau al echipamentelor electrice, dar ele contribuie la îmbătrânirea sistemelor de izolație și, deci, la diminuarea duratei de viață a echipamentelor.

### 7.1 Pierderi prin histerezis dielectric

Atunci când unui izolator  $i$  se aplică brusc un câmp electric constant (o variație treaptă a câmpului), polarizația  $\mathbf{P}$  nu ajunge brusc la valoarea maximă, ci după un anumit timp necesar pentru ca dipolii electrici să acumuleze energia necesară pentru a se forma sau

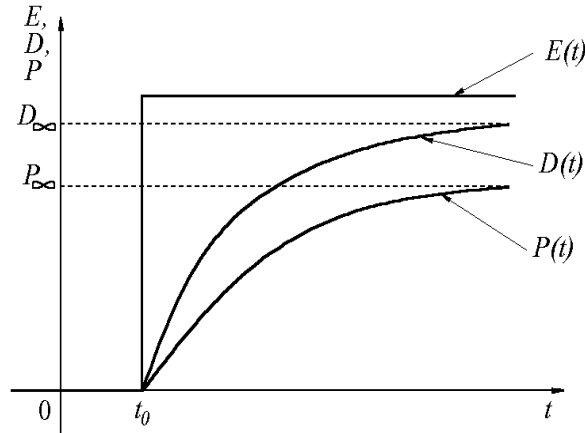


Figura 7.1: Variația retardată a lui  $P$  și  $D$  în raport cu  $E$ .

a se roti sub acțiunea câmpului. În consecință,  $\mathbf{P}$  este retardată (întârziată) în raport cu  $\mathbf{E}$ . Cum, în orice moment și în orice punct al dielectricului,  $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$ , rezultă că și inducția electrică  $\mathbf{D}$  este retardată (întârziată) în raport cu  $\mathbf{E}$ . Acest fenomen al retardării polarizației  $\mathbf{P}$  și, respectiv, al inducției electrice  $\mathbf{D}$ , în raport cu câmpul electric se numește *histerezis dielectric*.

Se consideră un câmp electric armonic

$$E(t) = E_m \sin \omega t. \quad (7.1)$$

Deoarece inducția  $\mathbf{D}$  este retardată în raport cu  $\mathbf{E}$ , se poate scrie

$$D(t) = D_m \sin(\omega t - \delta_h), \quad (7.2)$$

unde  $\delta_h$  este defazajul între  $\mathbf{D}$  și  $\mathbf{E}$  și această mărime se numește *unghi de pierdere prin histerezis dielectric*.

Ecuțiile (7.1) și (7.2) reprezintă ecuațiile parametrice ale unei elipse (figura 7.2), a cărei arie  $A_h = \int_{\Gamma_H} E dD$  este proporțională cu pierderile prin histerezis dielectric.

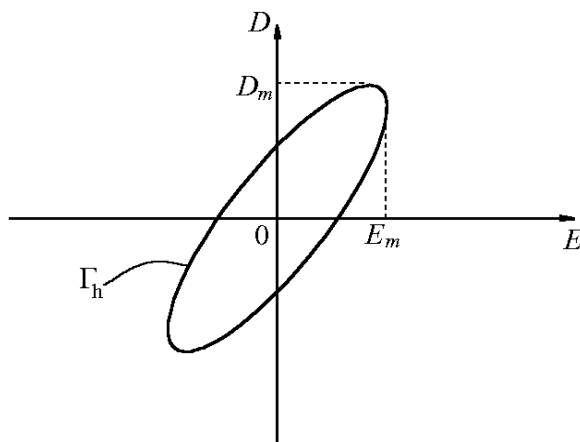
Reprezentând ecuațiile (7.1) și (7.2) în complex simplificat se obțin relațiile:

$$\underline{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = E = E_{ef}, \quad (7.3)$$

$$\underline{D} = \frac{D_m}{\sqrt{2}} \exp(-j\delta_h) = \frac{D_m}{\sqrt{2}} (\cos \delta_h - j \sin \delta_h), \quad (7.4)$$

de unde, pentru permitivitatea complexă  $\underline{\varepsilon}$  rezultă expresia

$$\underline{\varepsilon} = \frac{\underline{D}}{\underline{E}} = \frac{D_m}{E_m} (\cos \delta_h - j \sin \delta_h) = \varepsilon_m (\cos \delta_h - j \sin \delta_h) = \varepsilon' - j\varepsilon''.$$

Figura 7.2: Elipsa  $D(E)$ 

Astfel, partea reală  $\varepsilon'$  și partea imaginară  $\varepsilon''$  ale lui  $\underline{\varepsilon}$  au expresiile:

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 \varepsilon'_r = \varepsilon_m \cos \delta_h, \quad (7.5)$$

$$\varepsilon'' = \varepsilon_0 \varepsilon''_r = \varepsilon_m \sin \delta_h, \quad (7.6)$$

unde  $\varepsilon'$  este permitivitatea utilizată în studiul condensatoarelor (în definirea capacității) și  $\varepsilon''$  caracterizează retardarea polarizației în raport cu câmpul electric, respectiv pierderile prin histerezis dielectric.

Din relațiile 7.5 și 7.6 rezultă expresia

$$\operatorname{tg} \delta_h = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon''_r}{\varepsilon'_r}, \quad (7.7)$$

Mărimea  $\operatorname{tg} \delta_h$  este numită în literatura de specialitate *factor de pierderi prin histerezis dielectric*.

■ **Observație:** Există un tip de materiale numite feroelectrice la care dependența  $D(E)$  este neliniară, asemănătoare dependenței  $B(H)$  din cazul materialelor feromagnetice (vezi paragraful 8.4). ■

Unei variații infimezimale a intensității câmpului electric  $E$ , îi corespunde o variație  $dD$  a inducției electrice și, deci, o variație  $dw_e = E dD$  a densității de volum a energiei electrice.

Variația în timp a acestei densități de volum a energiei este

$$p_h(t) = \frac{dw_e}{dt} = E \frac{dD}{dt} = EJ_D, \quad (7.8)$$

unde  $J_D = \frac{dD}{dt}$  este densitatea curentului de deplasare. Mărimii  $p_h(t)$  îi corespunde în complex mărimea  $\underline{S}_h$  care are expresia:

$$\underline{S}_h = \underline{E} \underline{J}_D^* = \underline{E} (j\omega \underline{D})^* = \underline{E} (j\omega \underline{\epsilon} \underline{E})^* = E^2 (-j)\omega(\epsilon' + j\epsilon'') = \omega\epsilon'' E^2 - j\omega\epsilon' E^2 = p_h + jq_h.$$

Partea reală  $p_h = \omega\epsilon'' E^2$  reprezintă densitatea de volum a pierderilor prin histerezis dielectric, adică densitatea de volum a puterii active disipate în dielectric datorită polarizării dielectricului.

Partea imaginară  $q_h = -\omega\epsilon' E^2$  este viteza maximă de variație a densității de volum a energiei dielectricului (densitatea de volum a puterii reactive).

## 7.2 Pierderi prin conducție electrică

Densitatea de volum a pierderilor prin conducție electrică reprezintă puterea dezvoltată prin efect Joule în unitatea de volum

$$p(t) = EJ, \quad (7.9)$$

unde  $E$  este intensitatea câmpului electric și  $J$  este densitatea curentului de conducție.

În cazul unui câmp sinusoidal, mărimii  $p(t)$  îi corespunde în complex puterea mărimea

$$\underline{S}_c = \underline{E} \underline{J}^*. \quad (7.10)$$

Cum  $\underline{J} = \sigma \underline{E}$  avem

$$\underline{S}_c = \underline{E} \underline{J}^* = \sigma E^2 = p_c + jq_c.$$

Partea reală

$$p_c = \sigma E^2, \quad (7.11)$$

reprezintă densitatea de volum a pierderilor prin conducție electrică, în timp ce partea imaginară (densitatea de volum a puterii reactive dezvoltate prin conducție)  $q_c$  este nulă ( $q_c = 0$ ).

## 7.3 Pierderi totale

Pierderile totale din unitatea de volum  $p_t$  se obțin făcând suma dintre cele două componente  $p_h$  și  $p_c$ :

$$p_t = p_h + p_c = \omega\epsilon'' E^2 + \sigma E^2 = (\omega\epsilon'' + \sigma) E^2 = (\omega\epsilon' \operatorname{tg} \delta_h + \sigma) E^2 = \omega\epsilon' \left( \operatorname{tg} \delta_h + \frac{\sigma}{\omega\epsilon'} \right) E^2. \quad (7.12)$$

Cu notațiile

$$\operatorname{tg} \delta_c = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon'} \quad \text{și} \quad (7.13)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \delta_h + \frac{\sigma}{\omega \varepsilon'} = \operatorname{tg} \delta_h + \operatorname{tg} \delta_c, \quad (7.14)$$

rezultă pentru  $p_t$  expresia

$$p_t = \omega \varepsilon' E^2 \operatorname{tg} \delta. \quad (7.15)$$

Pentru densitatea de volum a puterii reactive totale rezultă relația

$$q_t = q_h + q_c = -\omega \varepsilon' E^2. \quad (7.16)$$

Din relațiile 7.15 și 7.16 rezultă

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{p_t}{|q_t|}, \quad (7.17)$$

unde  $\operatorname{tg} \delta$  este tangenta unghiului de pierderi totale, prin conducție și polarizare, mărime numita adesea factor de pierderi.

#### Aplicație: condensatorul real (cu pierderi)

Se consideră un condensator plan care are un dielectric de conductivitate nenulă omogen, de grosime  $g$  și aria armăturilor  $S$  (figura 7.3). Între armături se aplică o tensiune sinusoidală de valoare efectivă  $U$ . Cum condensatorul este plan, câmpul este considerat uniform și, deci, se poate scrie

$$E = U/g. \quad (7.18)$$

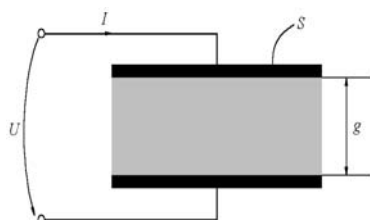


Figura 7.3: Condensator plan.

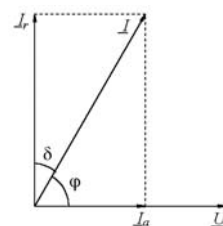


Figura 7.4: Defazajul între tensiune și curent pentru un condensator real.

Puterea reactivă totală din volumul dielectricului considerat este

$$Q = q_t V = -\omega \varepsilon' E^2 S g = -\omega \varepsilon' \frac{S}{g} U^2. \quad (7.19)$$

Din teoria circuitelor se știe că

$$Q = \frac{U^2}{X_C} = \frac{U^2}{-\frac{1}{\omega C}} = -\omega C U^2. \quad (7.20)$$



Din (7.18) și (7.19) rezultă pentru capacitatea  $C$  relația

$$C = \frac{\varepsilon' S}{g}. \quad (7.21)$$

În consecință, se remarcă faptul că  $\varepsilon'$  are aceeași semnificație fizică cu permitivitatea  $\varepsilon$  în câmp staționar.

Pentru pierderile totale  $P$ , rezultă

$$P = p_t V = \omega \varepsilon' E^2 S g \operatorname{tg} \delta = \omega \varepsilon' \frac{S}{g} U^2 \operatorname{tg} \delta. \quad (7.22)$$

Utilizând (7.21) rezultă

$$P = \omega C U^2 \operatorname{tg} \delta. \quad (7.23)$$

Din (7.20) și (7.23) rezultă pentru factorul de pierderi expresia

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{P}{|Q|}.$$

Cum  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{|Q|}{P}$ , unde  $\varphi$  este defazaajul între tensiunea  $U$  și curentul  $I$  care parcurge dielectricul, rezulta că  $\operatorname{tg} \delta = 1/(\operatorname{tg} \varphi)$ , și deci  $\delta = \pi/2 - \varphi$  (figura 7.4).

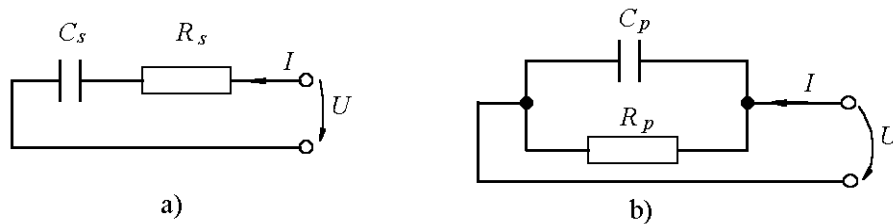


Figura 7.5: Scheme echivalente ale unui condensator real.

Un condensator real poate fi reprezentat printr-o schemă echivalentă cu două elemente ideale: un condensator și un rezistor. Astfel, se echivalează pierderile dielectrice produse în izolator prin conducție și prin polarizare prin pierderile produse de curentul electric care circula prin rezistorul ideal. Pentru frecvențe inferioare frecvențelor optice schemele echivalente cele mai simple ale unui condensator real sunt schema serie (figura 7.5 - a) și schema paralel (figura 7.5 - b). Schema serie este utilizată pentru valori ridicate ale pierderilor, respectiv ale factorului de pierderi  $\operatorname{tg} \delta$ , în timp ce schema paralel se utilizează pentru valori reduse ale lui  $\operatorname{tg} \delta$ . Rezistențele  $R_s$  și  $R_p$  și capacitățile  $C_s$  și  $C_p$  se pot exprima cu relațiile:

$$R_p = \frac{U^2}{P} \quad ; \quad C_p = \frac{|Q|}{\omega U^2}, \quad (7.24)$$

$$R_s = R_p \frac{1}{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \delta}} \quad ; \quad C_s = C_p (1 + \operatorname{tg}^2 \delta) \quad (7.25)$$

## Partea IV

# Proprietăți magnetice ale materialelor



# Capitolul 8

## Tipuri de magnetism

### 8.1 Noțiuni generale

Mărimile ce caracterizează complet câmpul magnetic într-un corp sunt inducția magnetică  $\mathbf{B}$  și intensitatea câmpului magnetic  $\mathbf{H}$ . Starea de magnetizare a unui corp este caracterizată în fiecare punct al său prin vectorul magnetizație  $\mathbf{M}$  care reprezintă suma vectorială a momentelor magnetice  $\mathbf{m}_i$  din unitatea de volum a corpului. Considerând un volum infinit mic  $\Delta V$ , magnetizația  $\mathbf{M}$  este dată de relația

$$\mathbf{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_i (\mathbf{m}_i)_{\Delta V}}{\Delta V}. \quad (8.1)$$

Între  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{H}$  și  $\mathbf{M}$  există relația  $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$  care reprezintă legea legăturii dintre inducție, intensitate și magnetizație, unde  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m este permeabilitatea magnetică a vidului. Magnetizația poate fi temporară sau permanentă. Magnetizația temporară este magnetizația care depinde de intensitatea câmpului magnetic și se anulează în absența sa. Legea magnetizației temporare are forma  $\mathbf{M}_t = \chi_m \mathbf{H}$  unde  $\chi_m$  este susceptivitatea magnetică. Magnetizația permanentă este magnetizația care există chiar și în absența câmpului magnetic aplicat materialului.

Dependența între  $\mathbf{B}$  și  $\mathbf{H}$  poate fi scrisă de asemenea ca  $\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$ , unde  $\mu_r$  este permeabilitatea magnetică relativă statică, iar  $\mu = \mu_0 \mu_r$  este permeabilitatea magnetică absolută.

Din punct de vedere al proprietăților magnetice, materialele se clasifică, în principal, în: *diamagnetice*, *paramagnetice*, *feromagnetice*, *ferimagnetice* și *antiferomagnetice*. Materialele paramagnetice, feromagnetice, ferimagnetice și antiferomagnetice sunt formate din particule magnetic polare, adică din particule care prezintă un moment magnetic spontan (în absența câmpului magnetic), în timp ce materialele diamagnetice sunt constituite din particule magnetic nepolare.

Materialele se pot împărți, de asemenea, în: *materiale nemagnetice* și *materiale magnetice*. Materialele nemagnetice prezintă o magnetizație slabă deoarece susceptivitatea și permeabilitatea magnetică au valori foarte reduse. Diamagneticele, paramagneticele și antiferomagneticele sunt materiale nemagnetice. În cazul materialelor magnetice, valorile susceptivității și ale permeabilității magnetice sunt ridicate (sute, mii sau zeci de mii). Din această categorie fac parte materialele feromagnetice și ferimagnetice.

Câmpul magnetic care acționează local asupra particulelor și care determină magnetizația materialului este câmpul activ (sau interior)  $\mathbf{H}_0$ , care are expresia

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{H} + \gamma\mathbf{M}, \quad (8.2)$$

unde  $\mathbf{H}$  este intensitatea câmpului magnetic exterior,  $\mathbf{M}$  este magnetizația și  $\gamma$  este o constantă structurală (numită constanta lui Weiss). Constanta lui Weiss este nulă pentru materialele nemagnetice, în timp ce pentru materialele magnetice ea ia valori de ordinul  $\gamma = 10^3 \div 10^4$ .

## 8.2 Diamagnetismul

Diamagnetismul se datorează mișcării orbitale a electronilor legați (în atomi, ioni sau molecule), provocate de câmpul magnetic aplicat materialului. În consecință magnetizația diamagnetică este prezentă în toate materialele, inclusiv în materialele cu particule polare, dar ponderea ei în magnetizația totală este foarte redusă în raport cu a altor tipuri de magnetizație. Dintre materialele diamagnetice (care prezintă numai magnetizație diamagnetică) menționăm Cu, Au, Ag, Zn, Pb, gazele nobile, etc.

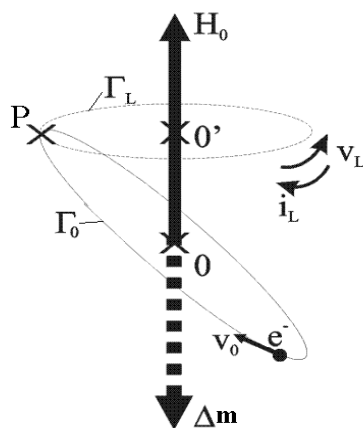


Figura 8.1: Precesie Larmor pentru un atom de hidrogen.

Pentru a explica fenomenul prin care apare magnetizația diamagnetică se consideră cazul foarte simplu al unui atom de hidrogen cu centrul în punctul  $O$  (figura 8.1). În absența unui câmp magnetic, electronul se deplasează în jurul nucleului pe orbita  $\Gamma_0$ , cu viteza  $\mathbf{v}_0$ . Atunci când se aplică un câmp magnetic local  $\mathbf{H}_0$ , acesta exercită o acțiune asupra electronului, care determină rotația orbitei  $\Gamma_0$  în jurul unei axe paralele cu  $\mathbf{H}_0$ . Astfel, de exemplu punctul  $P$  al orbitei  $\Gamma_0$  descrie cercul  $\Gamma_L$  într-un plan perpendicular pe axa paralelă câmpului, ce trece prin punctul  $O$ . Acestei mișcări, numită *precesie Larmor*, îi corespunde în consecință o rotație suplimentară (de viteză  $\mathbf{v}_L$ ) a electronului în sens trigonometric asociat orientării lui  $\mathbf{H}_0$ . Sensul lui  $\mathbf{v}_L$  nu depinde de sensul de rotație al electronului pe  $\Gamma_0$ .

Rotația suplimentară a electronului pe  $\Gamma_L$  cu  $\mathbf{v}_L$  este asimilată unui curent microscopic  $i_L$  care determină apariția unui moment magnetic  $\Delta\mathbf{m}$  orientat în sens opus lui  $\mathbf{H}_0$ .

Dacă, în locul hidrogenului, se consideră un atom oarecare care are  $Z$  electroni, atunci fiecărui electron al atomului îi corespunde un moment magnetic  $\Delta\mathbf{m}_i$  și momentul magnetic rezultat al atomului este

$$\mathbf{m}_d = \sum_{i=1}^Z \Delta\mathbf{m}_i. \quad (8.3)$$

Densitatea de volum a momentelor  $\mathbf{m}_d$  este magnetizația diamagnetică a corpului.

Notând cu  $N$  numărul de atomi din unitatea de volum a corpului, rezultă că magnetizația  $\mathbf{M}_d$  a materialului diamagnetic are expresia

$$\mathbf{M}_d = N\mathbf{m}_d. \quad (8.4)$$

Cum pentru fiecare atom,  $\mathbf{m}_d$  este antiparalel cu  $\mathbf{H}_0$ , rezultă că  $\mathbf{M}_d$  este de asemenea antiparalel cu  $\mathbf{H}_0$ , și deoarece  $\gamma = 0$  pentru diamagnetice, rezultă că  $\mathbf{M}_d$  este antiparalel cu  $\mathbf{H}$ . Astfel, cum  $\mathbf{M}_d = \chi_m \mathbf{H}$ , rezultă că susceptivitatea diamagnetică este negativă ( $\chi_{md} < 0$ ). Amplitudinea susceptivității diamagnetice este foarte scăzută, fiind cuprinsă între  $10^{-5}$  și  $10^{-6}$  și, deci, magnetizația care rezultă este de asemenea foarte slabă.

■ **Observație:** Materialele diamagnetice sunt liniare, adică au o caracteristică  $M(H)$  liniară. ■

## 8.3 Paramagnetismul

Materialele paramagnetice (de exemplu Al, Cr, Mn, Na) sunt formate din particule magnetic polare (care prezintă deci un moment magnetic spontan). În absența câmpului magnetic aplicat din exterior, momentele magnetice ale particulelor  $\mathbf{m}_p$  sunt orientate

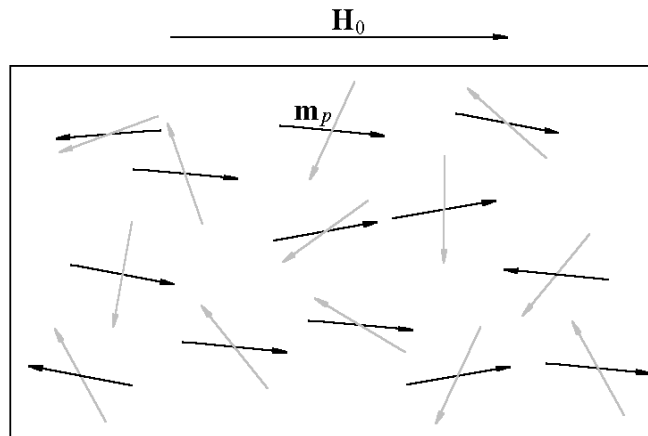


Figura 8.2: Orientarea momentelor  $\mathbf{m}_p$  de către un câmp magnetic, pentru un material paramagnetic.

într-un mod haotic, aleator, din cauza agitației termice și deci materialul nu este magnetizat (figura 8.2).

Un câmp magnetic  $\mathbf{H}_0$  are tendința de a orienta momentele  $\mathbf{m}_p$  după direcția locală a câmpului și în acest caz materialul devine magnetizat. Acțiunii de orientare a momentelor magnetice i se opune agitația termică și, în consecință, magnetizația descrește atunci când temperatura  $T$  crește. Se demonstrează că pentru materialele paramagnetice susceptivitatea  $\chi_{mp}$  are o variație hiperbolică cu  $T$ :

$$\chi_{mp} = \frac{\text{const}}{T}. \quad (8.5)$$

În figura 8.3 este reprezentată variația cu temperatura a mărimilor  $\chi_{mp}$  și  $\frac{1}{\chi_{mp}}$ . Variația liniară a lui  $\frac{1}{\chi_{mp}}$  cu  $T$  este caracteristică comportamentului paramagnetic al materialelor.

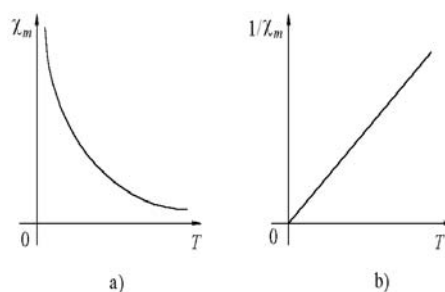


Figura 8.3: Variația  $\chi_m(T)$  (a) și  $1/\chi_m(T)$  (b) pentru un material paramagnetic.

Componentele momentului magnetic  $\mathbf{m}_p$  ale fiecărui atom sunt:

- momentul magnetic orbital al electronilor  $\mathbf{m}_{oe}$ , care corespunde rotațiilor electronilor pe orbite în jurul nucleului,
- momentul magnetic de spin al electronilor  $\mathbf{m}_{spe}$ , corespunzătoare rotației electronilor în jurul axei proprii, și
- un moment magnetic de spin al nucleului (de fapt al particulelor care formează nucleul: protonii și neutronii)  $\mathbf{m}_{spn}$ , corespunzătoare rotației particulelor nucleare în jurul axelor proprii.

Astfel, pentru fiecare atom se poate scrie

$$\mathbf{m}_p = \mathbf{m}_{oc} + \mathbf{m}_{spe} + \mathbf{m}_{spn}. \quad (8.6)$$

Pentru majoritatea materialelor, momentul magnetic de spin al nucleului și momentul magnetic orbital al electronilor se neglijează în raport cu momentul magnetic de spin al electronilor și, deci, se poate considera că

$$\mathbf{m}_p \approx \mathbf{m}_{spe}. \quad (8.7)$$

Astfel, deoarece proiecția lui  $\mathbf{m}_{spe}$  pe direcția unui câmp magnetic poate avea numai valorile  $+\beta$  și  $-\beta$  (unde  $\beta = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$  este magnetonul Bohr-Procopiu) rezultă că momentele  $\mathbf{m}_p$  pot fi fie omoparalele, fie antiparalele cu câmpul  $\mathbf{H}_0$ .

**Concluzie:** Magnetizația paramagnetică  $\mathbf{M}_p$  este deci egală cu excesul de momente  $\mathbf{m}_p$  din unitatea de volum orientate în sensul lui  $\mathbf{H}_0$  în raport cu cele orientate în sens opus.

■ **Observație:** Materialele paramagnetice sunt neliniare, adică ele au caracteristica  $M_p(H)$  neliniară. Susceptivitatea paramagnetică este slabă ( $\chi_{mp} \approx 10^{-3} \div 10^{-4}$ ), ceea ce determină o magnetizație paramagnetică de asemenea slabă, dar care adesea este mult mai mare decât magnetizația diamagnetică ( $|\chi_{md}| \approx 10^{-5} \div 10^{-6}$ ). ■



## 8.4 Feromagnetismul

Materialele feromagnetice sunt formate din atomi magnetic polari. Caracteristica  $M(H)$  este neliniară și ea depinde de stările anterioare ale materialului. Materialele feromagnetice prezintă histerezis magnetic (corespondența  $B(H)$  nu este biunivocă).

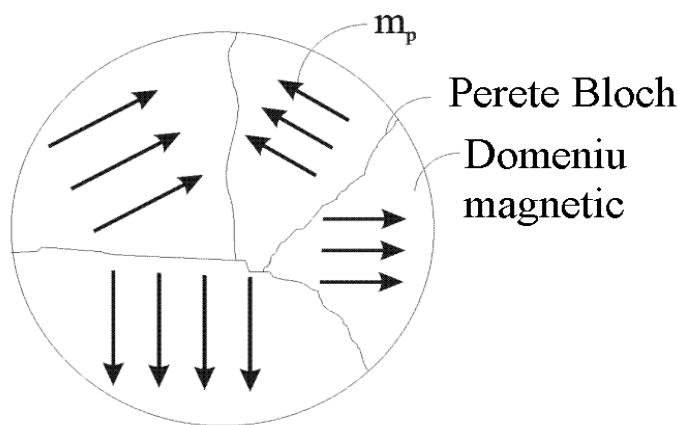


Figura 8.4: Structura unui material feromagnetic.

Susceptivitatea magnetică  $\chi_m$  și permeabilitatea magnetică  $\mu_r$  au valori foarte mari, care pot atinge chiar sute de mii. Principalele materiale feromagnetice sunt fierul (Fe), cobaltul (Co), nichelul (Ni), gadoliniul (Gd) și aliajele lor, compuși magnetici pe bază de pământuri rare, etc.

Proprietatea caracteristică a materialelor feromagnetice este aceea de a prezenta o magnetizație spontană  $\mathbf{M}_r$ , chiar și în absența câmpurilor magnetice exterioare. Această proprietate se explică prin faptul că un material feromagnetic este format din regiuni submicronice (cu dimensiuni liniare de ordinul sutimilor de milimetru) numite *domenii magnetice* sau *domenii Weiss*. În fiecare domeniu momentele magnetice ale atomilor sunt omoparalele, adică fiecare domeniu este magnetizat la saturație și, deci, el prezintă o magnetizație spontană. Fiecare domeniu este separat de un domeniu vecin printr-o zonă de tranziție, numită *perete Bloch*, în care momentele magnetice trec progresiv de la orientarea unui domeniu la orientarea din domeniul vecin. În absența unui câmp magnetic exterior, domeniile Weiss sunt orientate în mod haotic și corpul nu este magnetizat.

În cazul materialelor feromagnetice, există două întrebări fundamentale care se pun:

1. Cine menține omoparalelismul momentelor  $\mathbf{m}_p$  într-un domeniu?
2. De ce există mai multe domenii într-un corp feromagnetic?

Răspunsul la prima întrebare este de natură pur cuantică. Astfel, un material feromagnetic prezintă o *energie de schimb*  $w_A$  (care poate fi calculată numai prin

raționamente de fizică cuantică) care este rezultatul interacțiunii a două momente magnetice. Această energie depinde atât de distanța care separă aceste momente precum și de orientarea lor relativă. Pentru materialele feromagnetice energia de schimb între momentele magnetice ale atomilor  $m_p$  devine minimă atunci când momentele  $\mathbf{m}_p$  sunt omoparalele.

Formarea mai multor domenii magnetice într-un material feromagnetic (răspunsul la a doua întrebare), corespunde minimizării energiei totale a corpului și nu numai energiei de schimb. Energia totală a corpului este

$$w = w_p + w'_p + w_A + w_{aniz} + w_{mgs} + w', \quad (8.8)$$

unde  $w_p$  este energia potențială a atomilor, corespunzătoare interacțiunilor momentelor magnetice ale câmpului magnetic exterior ( $w_p = -\mathbf{m}_p \mathbf{B}_{ext}$ ),  $w'_p$  este energia potențială a interacțiunii magnetostatice între fiecare moment magnetic atomic și câmpul demagnetizant produs de alte momente magnetice atomice,  $w_A$  este energia de schimb,  $w_{aniz}$  este energia de anizotropie,  $w_{mgs}$  este energia de magnetostricțiune și  $w'$  reprezintă alte forme de energie.

### 8.4.1 Mecanismul de magnetizare

Pentru a descrie mecanismul de magnetizare al materialelor feromagnetice, se consideră un corp feromagnetic format din două domenii  $d_1$  și  $d_2$  (figura 8.5 - a) a căror magnetizații sunt opuse. În absența unui câmp magnetic, cele două domenii sunt egale, peretele Bloch se găsește la mijloc și în consecință corpul nu este magnetizat.

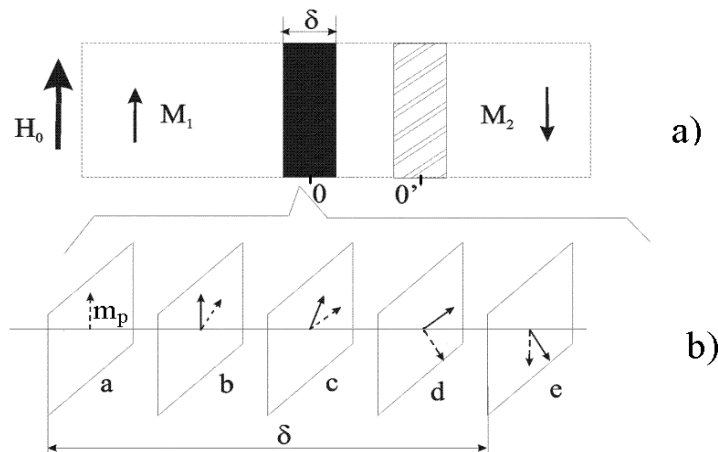


Figura 8.5: Peretele Bloch care separă două domenii de magnetizații opuse.

În figura 8.5 - b este detaliat peretele Bloch. Momentele magnetice trec progresiv (nu brusc), prin rotații succesive, de la orientarea domeniului 1 la orientarea domeniului

2, pentru că astfel se obține minimum de energie al peretelui Bloch. În figură sunt reprezentate numai cinci planuri reticulare, dar în realitate peretele Bloch, a cărui grosime este  $\delta \approx 10^{-8}$  m, conține sute de planuri reticulare, și deci unghiul între două momente magnetice vecine este foarte mic.

În absența câmpului aplicat din exterior, centrul peretelui este situat în punctul O (planul c), unde  $\mathbf{m}_p$  este orientat perpendicular pe  $\mathbf{M}_1$  și de asemenea pe  $\mathbf{M}_2$ . Dacă se aplică un câmp  $\mathbf{H}_0$  omoparalel cu  $\mathbf{M}_1$ , acest câmp orientează momentele magnetice în sensul său, rezultând că momentul magnetic orientat perpendicular pe  $\mathbf{M}_1$  și  $\mathbf{M}_2$  se deplasează din planul c în planul d. Acesta semnifică faptul că peretele Bloch însuși se deplasează sub acțiunea câmpului  $\mathbf{H}_0$ , având acum centrul în punctul O' (planul d).

**Concluzie:** Aplicând un câmp  $\mathbf{H}_0$  omoparalel cu  $\mathbf{M}_1$  peretele Bloch se deplasează astfel încât domeniul  $\mathbf{M}_1$  se lărgeste în detrimentul domeniului  $\mathbf{M}_2$  și în consecință, corpul se magnetizează. Deci un corp feromagnetic nu se magnetizează prin rotația domeniilor Weiss ci prin deplasare pereților Bloch.

### 8.4.2 Energia de anizotropie

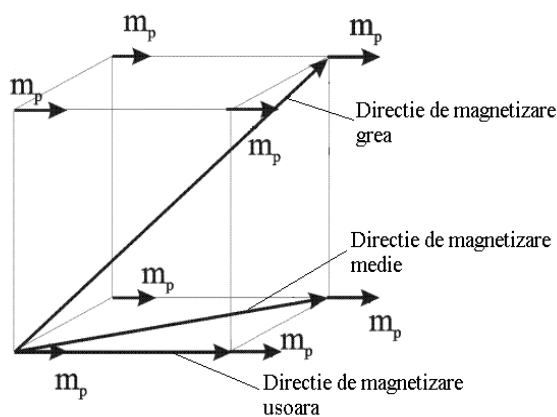


Figura 8.6: Direcții de magnetizare pentru Fe.

Experimental se constată că în cazul unui cristal feromagnetic (de exemplu Fe) magnetizarea se realizează mai ușor după anumite direcții ale cristalului decât după altele, adică în cristal există direcții de magnetizare ușoară și direcții de magnetizare dificilă (figura 8.6). Diferența între energia necesară pentru magnetizarea după o direcție de magnetizare dificilă și energia necesară pentru magnetizarea după o direcție de magnetizare ușoară se numește *energie de anizotropie*  $w_{aniz}$ . Se poate scrie că

$$w_{aniz} \approx k' \sin^2 \beta + k'' \sin^4 \beta, \quad (8.9)$$

unde  $k'$  și  $k''$  sunt constante și  $\beta$  este unghiul între direcția de magnetizare ușoară și direcția câmpului magnetic.

O aplicație practică a anizotropiei de magnetizare o constituie realizarea de tole laminate în care cristalitele sunt orientate astfel încât o direcție de magnetizare ușoară să fie paralelă cu direcția de laminare.

### 8.4.3 Temperatura Curie. Relația Curie-Weiss

Corpurile feromagnetice prezintă o magnetizație spontană numai pentru temperaturi mai mici decât o temperatură critică numită *temperatura Curie*. Pentru temperaturi mai mari decât temperatura Curie, agitația termică distruge domeniile Weiss și în consecință corpul devine paramagnetic. Pentru temperaturi mai mari decât temperatura Curie este valabilă relația

$$\chi_m = \frac{c}{T - \theta}, \quad (8.10)$$

numită relația Curie-Weiss, unde  $\theta$  este temperatura Curie de paramagnetism și  $c$  este o constantă. Constanta  $c$  are expresia

$$c = \frac{\mu_0 m_p^2 N}{K}, \quad (8.11)$$

unde  $N$  este concentrația de atomi,  $\mu_0$  este permeabilitatea magnetică a vidului ( $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  H/m),  $m_p$  este momentul magnetic atomic și  $k$  este constanta lui Boltzmann. Între  $\theta$  și  $c$  există relația

$$\theta = \gamma c, \quad (8.12)$$

unde  $\gamma$  este constanta lui Weiss.

#### ■ Observații:

1. Pentru temperaturi  $T > \theta$ , la care relația (8.10) este valabilă, corpul este paramagnetic.
2. În figura 8.7 este reprezentată variația lui  $\chi_m$  cu temperatura. Pentru temperaturi  $T < \theta$  (dar foarte apropiate de  $\theta$ ) relația Curie-Weiss nu este suficient de exactă, curba  $\frac{1}{\chi_m}(T)$  nu mai este o dreaptă și intersecția curbei reale cu axa  $OT$  se face într-un punct  $T_C$  care se numește temperatura Curie de feromagnetism.

Diferența dintre cele două temperaturi Curie  $T_C$  și  $\theta$  este destul de mică și în practică se poate utiliza o singură temperatură Curie, respectiv  $\theta$ . (De exemplu pentru Fe  $T_C = 1043$  K și  $\theta = 1093$  K.)



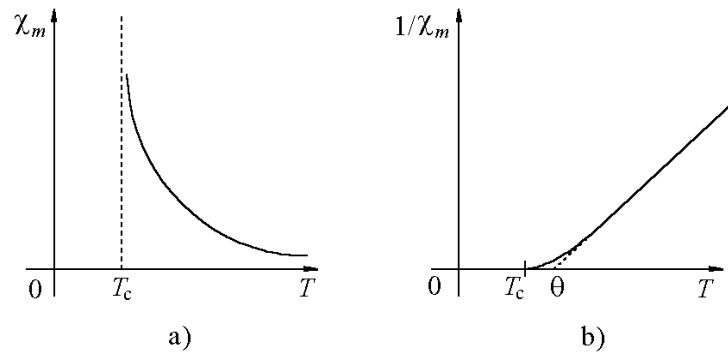


Figura 8.7: Variația  $\chi_m(T)$  (a) și  $1/\chi_m(T)$  (b) pentru un material feromagnetic.

#### 8.4.4 Deplasarea pereților Bloch. Explicarea formei curbei de magnetizare

Notăm cu  $w_{Bloch}$  energia peretelui Bloch. Pentru un cristal pur și fără defecte  $w_{Bloch}$  este constantă. Cum orice cristal real prezintă defecte ale rețelei (deformări mecanice, impurități nemagnetice) energia  $w_{Bloch}$  nu este constantă ci ea variază în lungul cristallului. Astfel, în punctele în care există defecte, deplasarea peretelui Bloch este frânată deoarece lui îi trebuie o energie mai ridicată pentru a escalada barierele de potențial create de defecte.

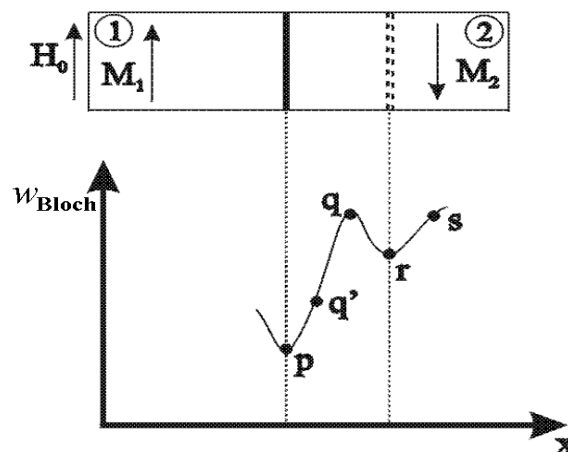


Figura 8.8: Deplasarea peretelui Bloch.

În poziția peretelui corespunzătoare punctului  $p$  (figura 8.8) există un minim de energie al peretelui și rezultă că peretele ajunge spontan în  $p$  unde corpul nu este magnetizat. Aplicând un câmp  $\mathbf{H}_0$  omoparalel cu  $\mathbf{M}_1$  dar destul de slab, peretele se deplasează către

dreapta pentru a favoriza domeniul 1, și ajunge în  $q'$ . Dacă în  $q'$  se anulează câmpul  $\mathbf{H}_0$ , atunci peretele revine spontan în  $p$  (deoarece  $w_{Blochp} < w_{Blochq'}$ ) și deci corpul redevine nemagnetizat. Acesta este cazul magnetizărilor reversibile care au loc pentru câmpuri slabe.

Pentru un câmp  $\mathbf{H}_0$  destul de ridicat, "muntele"  $pq'$  este escaladat și peretele ajunge în  $s$ , moment în care presupunem că anulăm câmpul. Ca urmare a anulării câmpului, peretele "alunecă" spontan către stânga până în  $r$ , dar el nu poate trece mai departe către stânga din cauza muntelui  $rq$ . Rezultă că peretele rămâne agățat în  $r$  și, în consecință, chiar dacă  $\mathbf{H}_0 = 0$ , magnetizația nu este nulă, ci  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_r \neq 0$  (magnetizație remanentă).

Pentru ca peretele să revină în  $p$  (demagnetizare) trebuie ca el să primească o energie necesară pentru a escalada "muntele"  $rq$ . Această energie poate fi furnizată prin aplicarea unui câmp magnetic care favorizează domeniul 2, deci un câmp opus (demagnetizant) câmpului care a produs magnetizarea. Intensitatea acestui câmp demagnetizant, care anulează magnetizația, se numește *câmp coercitiv*  $H_c$ .

### Curba de magnetizare

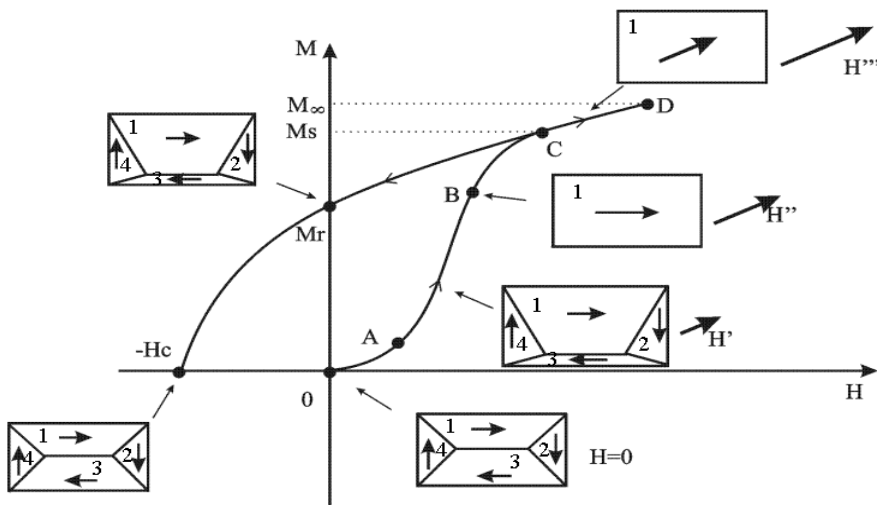


Figura 8.9: Curba de magnetizare a unui material feromagnetic.

Se consideră un cristal unidimensional, complet nemagnetizat, format din particule magnetice polare (Fe, Co, Ni) cărora i se aplică un câmp magnetic de direcție constantă care crește până la o anumită valoare și apoi descrește. Curba de magnetizare astfel rezultată este prezentată în figura 8.9.

În câmpuri magnetice slabe corespunzătoare porțiunii  $OA$ , deplasările pereților Bloch sunt reversibile (ca și în cazul porțiunii  $pq$  din figura 8.8).

Atunci când valoarea lui  $H$  crește de la  $H_A$  la  $H_B$ , deplasările pereților Bloch sunt

irreversibile (vezi  $qs$ ). Pe aceste porțiuni, pentru o creștere slabă a lui  $H$  se obține o creștere puternică a lui  $M$ . Deplasările pereților Bloch conduc la lărgirea domeniilor a căror magnetizație spontană formează cele mai mici unghiuri cu orientarea câmpului, în detrimentul altor domenii. Pe porțiunea OAB, în timpul deplasărilor pereților Bloch, momentele magnetice  $\mathbf{m}_p$  ale domeniilor defavorizate (2, 3, 4) se rotesc de la o direcție de magnetizare ușoară către o altă direcție de magnetizare ușoară corespunzătoare domeniului 1. Deoarece tranzițiile momentelor  $\mathbf{m}_p$  sunt efectuate între direcții de magnetizare ușoară, porțiunii OAB îi corespunde o absorbție de energie de magnetizare relativ redusă, și în consecință magnetizația crește rapid cu creșterea valorii câmpului.

În punctul B întregul cristal este format dintr-un singur domeniu Weiss (domeniul 1).

Pe porțiunea BC momentele  $\mathbf{m}_p$  se orientează după direcția câmpului magnetic, adică după o direcție de magnetizare mai dificilă decât direcția de magnetizare ușoară a domeniului 1. Rezultă că magnetizarea se realizează cu o absorbție de energie mai mare și, în consecință, magnetizația crește mai lent cu creșterea câmpului.

În punctul C, practic toate momentele  $\mathbf{m}_p$  ale domeniului sunt omoparalele cu  $\mathbf{H}$ , deci s-a ajuns la magnetizația de saturație "tehnică"  $M_s$ . Există încă câteva momente  $\mathbf{m}_p$  orientate în sens opus câmpului  $\mathbf{H}$ , dar numai din cauza agitației termice.

Porțiunii CD îi corespunde orientarea în sensul câmpului a momentelor care sunt încă în sens opus lui  $\mathbf{H}$  în punctul C. Absorbția de energie din acest proces este foarte ridicată, deoarece orientarea momentelor este opusă efectului foarte puternic al agitației termice. Rezultă că magnetizarea crește foarte lent cu creșterea câmpului.

În punctul D se ajunge la magnetizația de saturație (maximă)  $\mathbf{M}_\infty = N\mathbf{m}_p$ .

Întoarcerea din D în C se face pe același "drum" ca și parcursul C-D.

Dacă se continuă scăderea câmpului până la anularea lui, magnetizația scade pe curba  $CM_r$ , ceea ce corespunde întoarcerii pereților Bloch la pozițiile inițiale. Pereții nu pot reveni până la pozițiile inițiale dar ei rămân agățați în pozițiile corespunzătoare unor minime relative de energie (vezi punctul  $r$  în figura 8.8). Pentru a reveni în situația inițială (în care  $M = 0$ ) este necesar să se stabilească în material un câmp magnetic  $\mathbf{H}_c$  (câmp coercitiv) în sens opus celui care a magnetizat corpul, adică trebuie ca pereților Bloch să li se cedeze energia necesară escaladării barierelor de energie create de defecte.

## 8.5 Ferimagnetismul și antiferomagnetismul

Corpurile ferimagnetice și antiferomagnetice sunt formate din atomi polari. Aceste corpuri prezintă, ca și corpurile feromagnetice, domenii magnetice separate de pereți Bloch.

În fiecare domeniu momentele magnetice au aceeași direcție, dar orientările momentelor aparținând atomilor diferiți sunt antiparalele.

Cel mai simplu model structural este cel care admite că fiecare domeniu este format din două subrețele în care momentele magnetice ale unei subrețele, X și Y, sunt orientate antiparalele cu momentele magnetice ale celei de a doua subrețele (figura 8.10).

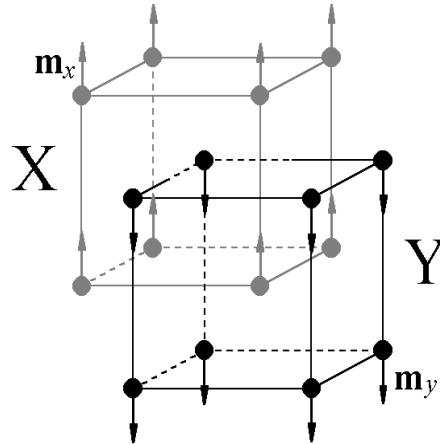


Figura 8.10: Subrețele ale unui domeniu magnetic

Momentul echivalent pentru fiecare dintre atomii unui domeniu este deci

$$\mathbf{m}' = \mathbf{m}_x - \mathbf{m}_y. \quad (8.13)$$

Astfel, rezultă că magnetizarea spontană a ferimagneticilor și antiferomagneticilor este mai mică decât magnetizarea corpurilor feromagnetice, unde momentele fiecărui domeniu sunt omoparalele.

### 8.5.1 Corpuri ferimagnetice

Dacă  $|\mathbf{m}_x| \neq |\mathbf{m}_y|$  corpurile sunt ferimagnetice. Un exemplu de astfel de corp este  $(\text{Me}_x\text{O}_y\text{Fe}_2\text{O}_3)_n$ , unde  $\text{Me}_x$  este un metal bivalent.

Susceptivitatea magnetică a corpurilor ferimagnetice (numite, de asemenea, ferite) este de aproximativ  $10^3$  ori mai mică decât susceptivitatea magnetică a corpurilor feromagnetice. Pentru ferite există relația

$$\chi_m = \frac{c'}{T + \theta'}, \quad (8.14)$$

unde  $\theta'$  este temperatura Curie și  $c'$  este o constantă. Relația (8.14) se numește relația Curie-Weiss pentru ferimagnetism.



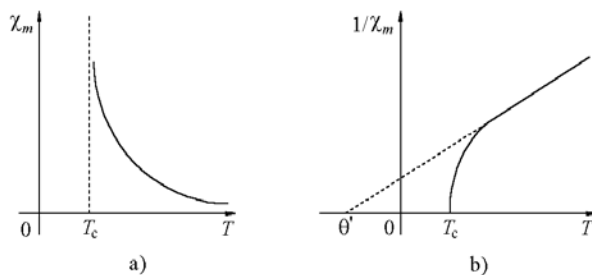


Figura 8.11: Variația  $\chi_m(T)$  (a) și  $1/\chi_m(T)$  (b) pentru un material ferimagnetic.

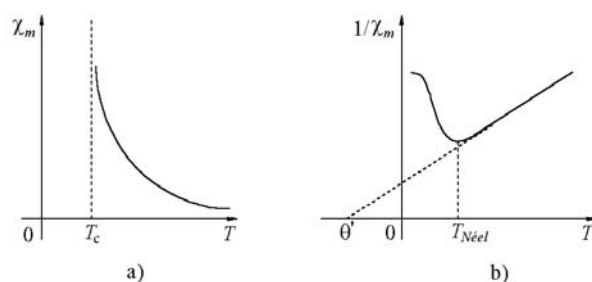


Figura 8.12: Variația  $\chi_m(T)$  (a) și  $1/\chi_m(T)$  (b) pentru un material antiferomagnetic.

Relația (8.14) nu se poate aplica pentru temperaturi reduse deoarece ea conduce la o temperatură Curie  $\theta' < 0$ . Temperatura Curie reală este  $T_c$  și ea se obține prin determinări experimentale.

■ **Observație:** Din punct de vedere al conducției electrice, feritele sunt materiale semiconductoare și deci pierderile prin curenți Foucault sunt reduse. Datorită acestui fapt feritele pot fi utilizate la frecvențe ridicate. ■

## 8.5.2 Corpuri antiferomagnetic

Dacă  $|\mathbf{m}_x| = |\mathbf{m}_y|$  corpurile sunt antiferomagnetic.

La o temperatura nulă ( $T = 0$  K) rezultă că  $\mathbf{m}' = |\mathbf{m}_x - \mathbf{m}_y| = 0$  și deci magnetizația este nulă (practic, foarte mică).

La temperaturi  $T > 0$  K, datorită agitației termice un număr relativ mic de momente magnetice ale unei subrețele s-ar putea orienta în sensul momentelor celeilalte subrețele și rezultă că corpurile ar putea prezenta o magnetizație nenulă.

Pentru o anumită temperatură  $T_N$ , numită temperatură Néel, susceptivitatea magnetică  $\chi_m$  ia valoarea maximă. După  $T_N$  corpul devine paramagnetic (figura 8.12). Va-

loarea maximă a susceptivității magnetice pentru corpurile antiferomagnetice are ordinul de mărime  $10^{-2} \div 10^{-3}$ .



# Listă de figuri

1.1	Variația energiei libere . . . . .	6
1.2	Regiuni cristaline (A) și amorfă (B) în polietilenă. . . . .	7
1.3	Elementele unei rețele cristaline. . . . .	8
1.4	Cele mai importante tipuri de rețele: CVC, CFC și HC. . . . .	8
1.5	Defecte punctuale: F - nod vacant, F' - particulă interstițială, I <sub>S</sub> - impuritate de substituție, I <sub>i</sub> - impuritate interstițială. . . . .	10
2.1	Modelul planetar al atomului. . . . .	14
2.2	Traiectoriile unui electron în cristal: (a) în absența câmpului electric; (b) în prezența câmpului electric. . . . .	15
2.3	Variația $w(K)$ pentru electronul liber. . . . .	21
2.4	Variația energiei potențiale a electronului cuasiliber pentru un cristal unidimensional. . . . .	21
2.5	Variația $w(K)$ pentru electronul cuasiliber. . . . .	22
2.6	Funcție de undă de tipul Heitler-London. . . . .	24
2.7	Niveluri de energie pentru doi atomi de He: a) izolați, și b) apropiați astfel încât nu se poate neglija interacțiunea dintre electronii lor. . . . .	24
2.8	Benzi de energie care rezultă din apropierea a $N$ atomi. . . . .	25
2.9	Despicarea nivelurilor de energie la apropierea atomilor. . . . .	26
2.10	Variația densității de repartiție $\varphi_0$ în funcție de energia $w$ . . . . .	27
2.11	Structura benzilor de energie a unui izolator. . . . .	28
2.12	Structura benzilor de energie a unui semiconductor intrinsec. . . . .	28
2.13	Structura benzilor de energie într-un semiconductor extrinsec de tip $n$ . . . . .	29
2.14	Structura benzilor de energie într-un semiconductor extrinsec de tip $p$ . . . . .	29

2.15	Structura benzilor de energie într-un metal monovalent. . . . .	29
2.16	Structura benzilor de energie într-un metal bivalent. . . . .	29
2.17	Banda permisă a unui cristal. . . . .	30
3.1	Banda de conducție a unui metal monovalent. . . . .	37
3.2	Undă acustică ce modifică banda de conducție a unui metal monovalent.	41
3.3	Electron între două ciocniri succesive cu particulele rețelei. . . . .	43
3.4	Variația rezistivității metalelor cu temperatura. . . . .	44
3.5	Impurități într-un metal și perturbațiile pe care ele le produc. . . . .	46
3.6	Soluție solidă cu rețea de substituție. . . . .	47
3.7	Soluție solidă cu rețea interstițială. . . . .	47
3.8	Variația rezistivității în cazul soluțiilor solide. . . . .	48
3.9	Variația rezistivității în cazul amestecurilor eutectice. . . . .	48
3.10	Influența impurităților asupra conductivității <i>Cu</i> . . . . .	48
3.11	Influența impurităților asupra conductivității <i>Al</i> . . . . .	48
3.12	Stare tare. . . . .	50
3.13	Stare moale. . . . .	50
3.14	Variația rezistivității în funcție de temperatură. . . . .	50
3.15	Variația $H_c(T)$ . . . . .	51
3.16	Expulzarea liniilor de câmp magnetic din interiorul unui supraconductor.	52
3.17	Electroni normali ( $n$ ) și supraconductori ( $sc$ ) în banda de conducție a unui supraconductor. . . . .	56
4.1	O parte dintr-un cristal de Si pur. . . . .	60
4.2	Tranziția electronilor (și golurilor) într-un semiconductor intrinsec. . . . .	60
4.3	O parte a unui cristal de Si dopat cu P. . . . .	63
4.4	Tranziții ale electronilor (și golurilor) într-un semiconductor extrinsec de tip $n$ . . . . .	63
4.5	Parte a unui cristal de Si dopat cu B. . . . .	65
4.6	Tranziții ale electronilor (și golurilor) într-un semiconductor extrinsec de tip $p$ . . . . .	65

4.7	Variația conductivității cu temperatura pentru semiconductori. . . . .	66
5.1	Curent de absorbtie și de conducție într-un izolator . . . . .	68
5.2	Variația conductivității izolatoarelor cu intensitatea câmpului electric. . . . .	69
5.3	Cristal ionic cu un defect Frenkel. . . . .	70
5.4	Trecerea ionului F din interstițiul A în interstițiul B. . . . .	70
5.5	Bariera de energie pentru tranziția ionului F din interstițiul A în interstițiul B. . . . .	70
5.6	Variația energiei ionului de-a lungul cristalului. . . . .	71
5.7	Tranziții ale electronilor, de tip intrinsec și extrinsec, pentru un izolator. . . . .	74
5.8	Salturi ale electronilor între nivelurile adânci ale benzii interzise. . . . .	75
5.9	Variația rigidității dielectrice cu temperatura. . . . .	76
5.10	Efect tunel într-un izolator. . . . .	76
6.1	Apariția unui moment electric $\mathbf{p}_e$ prin deformarea unui atom. . . . .	83
6.2	Apariția momentului rezultat $\mathbf{p}_i$ pentru două perechi de ioni. . . . .	85
6.3	Orientarea momentelor polare în prezența unui câmp electric $E_0$ . . . . .	87
6.4	Dielectric neomogen care prezintă polarizație de neomogenitate. . . . .	88
6.5	Variația lui $\epsilon'_r$ și $\epsilon''_r$ în funcție de frecvență. . . . .	92
7.1	Variația retardată a lui $P$ și $D$ în raport cu $E$ . . . . .	94
7.2	Elipsa $D(E)$ . . . . .	95
7.3	Condensator plan. . . . .	97
7.4	Defazaajul între tensiune și curent pentru un condensator real. . . . .	97
7.5	Scheme echivalente ale unui condensator real. . . . .	98
8.1	Precesie Larmor pentru un atom de hidrogen. . . . .	102
8.2	Orientarea momentelor $\mathbf{m}_p$ de către un câmp magnetic, pentru un material paramagnetic. . . . .	104
8.3	Variația $\chi_m(T)$ (a) și $1/\chi_m(T)$ (b) pentru un material paramagnetic. . . . .	104
8.4	Structura unui material feromagnetic. . . . .	106
8.5	Peretele Bloch care separă două domenii de magnetizații opuse. . . . .	107

---

8.6	Direcții de magnetizare pentru Fe. . . . .	108
8.7	Variația $\chi_m(T)$ (a) și $1/\chi_m(T)$ (b) pentru un material feromagnetic. . . .	110
8.8	Deplasarea peretelui Bloch. . . . .	110
8.9	Curba de magnetizare a unui material feromagnetic. . . . .	111
8.10	Subrețele ale unui domeniu magnetic . . . . .	113
8.11	Variația $\chi_m(T)$ (a) și $1/\chi_m(T)$ (b) pentru un material ferimagnetic. . . .	114
8.12	Variația $\chi_m(T)$ (a) și $1/\chi_m(T)$ (b) pentru un material antiferomagnetic. .	114

# Listă de tabele

3.1	Proprietăți ale câtorva metale uzuale. . . . .	40
3.2	Valori ale temperaturii Debye. . . . .	44
3.3	Variația rezistivității metalelor în funcție de schimbarea stării de agregare. . . . .	49
4.1	Lățimea benzii interzise Fermi pentru câțiva semiconductori uzuali. . . . .	62
4.2	Valori ale lui $w_n$ determinate de P, As, și Sb pentru Ge și Si. . . . .	62
4.3	Valori ale lui $w_p$ determinate de B, Al, Ga și In pentru Ge și Si. . . . .	64
5.1	Valori aproximative ale rigidității dielectrice pentru câțiva izolatori utilizați în mod curent în electrotehnică. . . . .	78





# Bibliografie

- [1] A. Ifrim și P. Notingher. *Materiale electrotehnice*. Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1992.
- [2] Charles Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley & Sons, Inc., 1986.
- [3] C. Mocanu. *Bazele electrotehnicii. Teoria câmpului electromagnetic*. Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1991.
- [4] P. Noțingher. *Materiale electrotehnice. Noțiuni generale de structură a materialelor. Materiale conductoare și semiconductoare - Note de curs* -. Litografia Institutului Politehnic București, 1977.
- [5] Philippe Robert. *Matériaux de l'électrotechnique*. Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1989.
- [6] F. Seitz. *The Modern Theory of Solids*.. Mc. Graw-Hill, Inc., 1940.
- [7] J.C. Slater. *Quantum Theory of Matter*.. Mc. Graw-Hill Book Company Inc., 1951.
- [8] C.A. Wert și R.M. Thomson. *Physics of Solids*.. Mc. Graw-Hill, Inc., 1964.